

# Interrogation de cours : structures

Temps : 15 minutes

**Q1 : 2pts**  $E$  est un ensemble non vide. Définir une loi de composition interne sur  $E$ .

**Q2 : 10pts** Soient  $E$  un ensemble non vide et  $*$  une loi de composition interne sur  $E$ . Énoncer avec des quantificateurs chacune des propriétés suivantes :

- 1)  $*$  est commutative.
- 2)  $*$  n'est pas commutative.
- 3)  $e$  est élément neutre de  $*$  (où  $e$  est un élément donné de  $E$ ).
- 4)  $*$  admet un élément neutre.
- 5)  $e$  n'est pas élément neutre de  $*$ .
- 6)  $*$  n'admet pas d'élément neutre.
- 7)  $*$  est associative.
- 8)  $x$  admet un symétrique pour  $*$  ( $x$  étant un élément donné de  $E$ ).
- 9) Tout élément de  $E$  admet un symétrique pour  $*$ .
- 10)  $a$  est absorbant pour  $*$  ( $a$  étant un élément donné de  $E$ ).

**Q3 : 3pts** Soient  $G$  un ensemble non vide et  $*$  une loi de composition interne sur  $G$ . Que signifie :  $(G, *)$  est un groupe ?

**Q4 : 4pts** Soient  $(G, +)$  un groupe et  $H$  une partie de  $G$ . Enoncer deux caractérisations (et pas la définition) de :  $H$  est un sous-groupe de  $(G, +)$  (on est donc en notation additive).

**Q5 : 4pts** Soient  $A$  un ensemble non vide muni de deux lois de composition interne notées  $+$  et  $\times$ . Que signifie :  $(A, +, \times)$  est un anneau ?

**Q6 : 2 pts** Soit  $E$  un ensemble non vide muni d'une loi de composition interne notée  $*$  et  $F$  un ensemble non vide muni d'une loi de composition interne notée  $\perp$ . Définir un morphisme de  $(E, *)$  vers  $(F, \perp)$ .

<b>Total :</b> /25 points
---------------------------