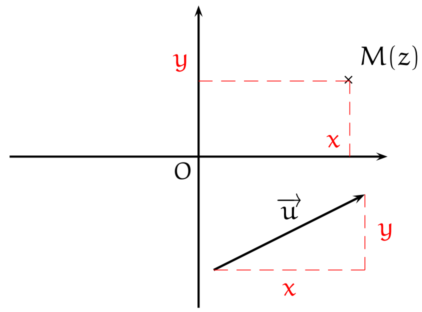
Interprétation géométrique des nombres complexes

Affixe d'un point, affixe d'un vecteur. Image ponctuelle, image vectorielle d'un nombre complexe



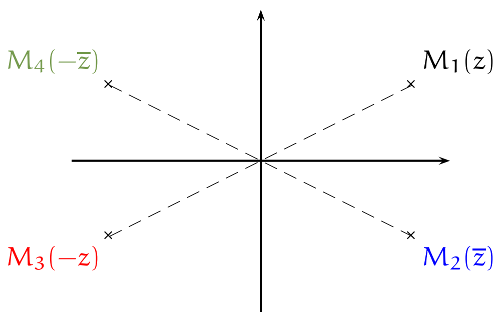
Si M est le point de coordonnées (x, y), l'affixe de M est le nombre $z_M = x + iy$.

Si $\overrightarrow{u}$ est le vecteur de coordonnées (x, y), l'affixe de $\overrightarrow{u}$ est le nombre $z_{\overrightarrow{u}} = x + iy$.

Si $z = x + iy$ où x et y sont deux réels alors

- l'image ponctuelle de z est le point $M(x, y)$
- l'image vectorielle de z est le vecteur $\overrightarrow{u}(x, y)$

Opposé, conjugué d'un nombre complexe



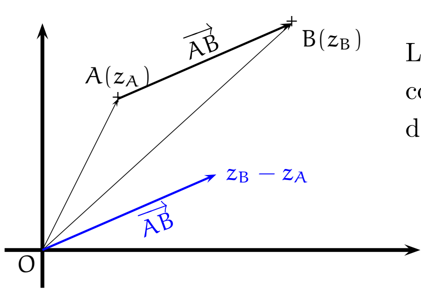
Le point M_2 d'affixe $\overline{z}$ est le symétrique par rapport à (Ox) du point M_1 d'affixe z.

Le point M_3 d'affixe $-z$ est le symétrique par rapport à O du point M_1 d'affixe z.

Le point M_4 d'affixe $-\overline{z}$ est le symétrique par rapport à (Oy) du point M_1 d'affixe z.

Opérations dans $\mathbb{C}$

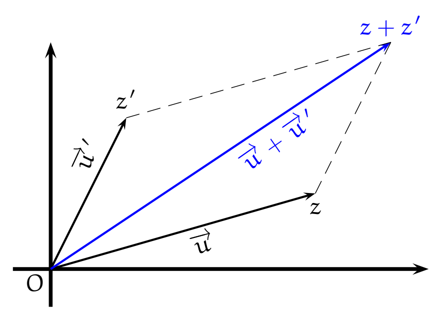
Différence de complexes



La différence de deux complexes est l'affixe d'un vecteur.

$$z_{\overrightarrow{AB}} = z_B - z_A.$$

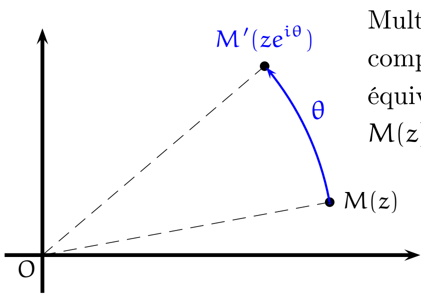
Somme de complexes



La somme de deux complexes est l'affixe de la somme de deux vecteurs.

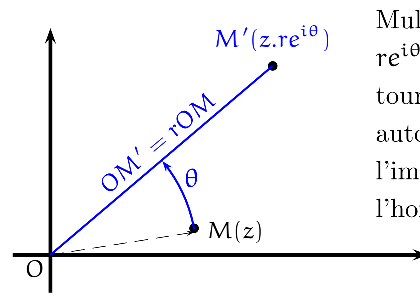
$$z_{\overrightarrow{u}+\overrightarrow{u}'} = z_{\overrightarrow{u}} + z_{\overrightarrow{u}'}.$$

Multiplication par un complexe de module 1



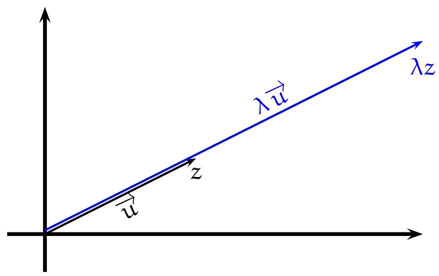
Multiplier z par le complexe $e^{i\theta}$ de module 1 équivaut à faire tourner $M(z)$ d'un angle θ autour de O.

Multiplication par un complexe non nul



Multiplier z par le complexe $re^{i\theta}$ $(r > 0)$ équivaut à faire tourner $M(z)$ d'un angle θ autour de O puis à construire l'image du point obtenu par l'homothétie de centre 0 et de rapport r.

Multiplication d'un vecteur par un réel. Colinéarité de deux vecteurs



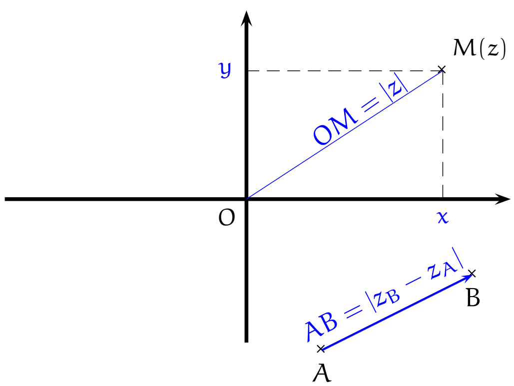
Si λ est un nombre réel,

$$z_{\lambda\overrightarrow{u}} = \lambda z_{\overrightarrow{u}}$$

Milieux. Barycentres

- Soient A et B deux points et I le milieu du segment $[AB]$. $z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2}$.
- Soient A, B... des points du plan et a, b... des réels tels que $a + b + \ldots \neq 0$.
  Si $G = \text{bar}\{A(a), B(b), \ldots\}$ alors $z_G = \dfrac{az_A + bz_B + \ldots}{a + b + \ldots}$.

Module d'un nombre complexe



- x et y sont deux réels, $M(x, y)$ et $z = z_M = x + iy$.

$$|z| = OM = \left\|\overrightarrow{OM}\right\| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

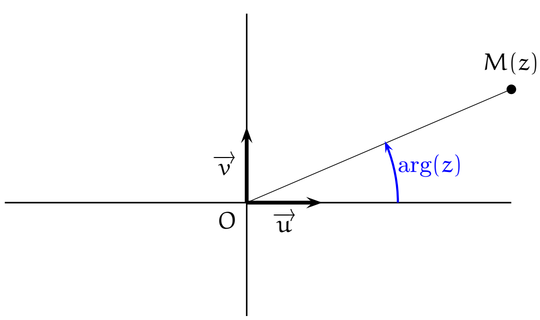
- $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$, $z_A = x_A + iy_A$ et $z_B = x_B + iy_B$.

$$AB = \left\|\overrightarrow{AB}\right\| = |z_B - z_A| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

- A, B, C et D sont quatre points d'affixes respectives a, b, c et d $(b \neq a)$.

$$\left|\frac{d - c}{b - a}\right| = \frac{CD}{AB}.$$

Argument d'un nombre complexe non nul. Forme trigonométrique. Coordonnées polaires

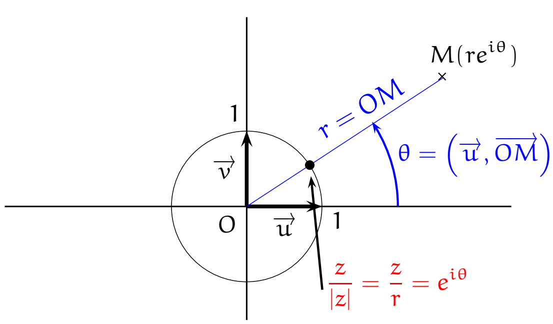


- Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
  M est un point distinct de O d'affixe $z \neq 0$.

$$\arg(z) = \left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{OM}\right) \ (2\pi).$$

- A, B, C et D sont quatre points tels que $B \neq A$ et $D \neq C$, d'affixes respectives a, b, c et d.

$$\arg\left(\frac{d - c}{b - a}\right) = \left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}\right) \ (2\pi).$$



- M est un point distinct de O d'affixe $z \neq 0$.
  Les phrases suivantes sont équivalentes :
  ① $z = re^{i\theta}$, r réel strictement positif, θ réel.
  ② $r = |z|$ et $\theta = \arg(z)$ (2π).
  ③ Un couple de coordonnées polaires de M est $[r, \theta]$.
  ④ $r = OM$ et $[\theta = \left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{OM}\right)$ (2π).