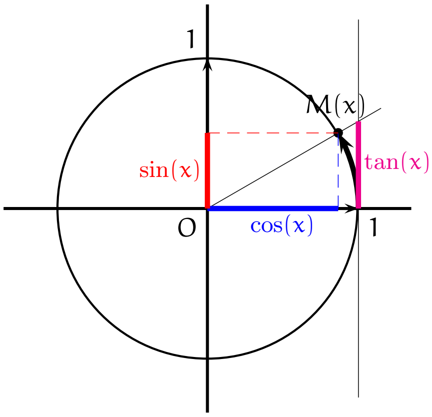
Formulaire de trigonométrie

Définition des fonctions sinus, cosinus et tangente



- M est un point du cercle trigonométrique.
  x est une mesure en radian de l'angle $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{OM})$.

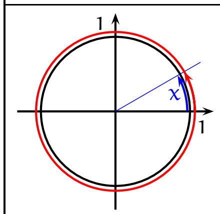
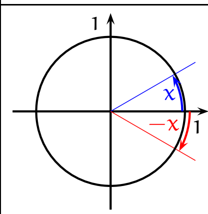
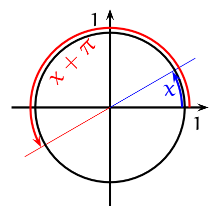
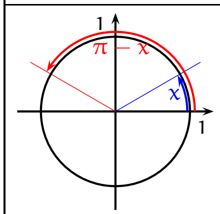
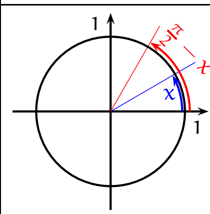
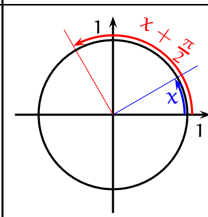
  $\cos(x)$ est l'abscisse de M, $\sin(x)$ est l'ordonnée de M.

- Si x n'est pas de la forme $\frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$,

  $$\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}.$$

- Pour tout réel x, $\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$.
  Si x n'est pas de la forme $\frac{\pi}{2} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$, $\frac{1}{\cos^2(x)} = 1 + \tan^2(x)$.

Arcs associés

Tour complet	**Angle opposé**	**Demi-tour**
 $\cos(x+2\pi) = \cos(x)$ $\sin(x+2\pi) = \sin(x)$ $\tan(x+2\pi) = \tan(x)$	 $\cos(-x) = \cos(x)$ $\sin(-x) = -\sin(x)$ $\tan(-x) = -\tan(x)$	 $\cos(x+\pi) = -\cos(x)$ $\sin(x+\pi) = -\sin(x)$ $\tan(x+\pi) = \tan(x)$
Angle supplémentaire	**Angle complémentaire**	**Quart de tour direct**
 $\cos(\pi - x) = -\cos(x)$ $\sin(\pi - x) = \sin(x)$	 $\cos(\frac{\pi}{2} - x) = \sin(x)$ $\sin(\frac{\pi}{2} - x) = \cos(x)$	 $\cos(x + \frac{\pi}{2}) = -\sin(x)$ $\sin(x + \frac{\pi}{2}) = \cos(x)$

- La fonction $x \mapsto \sin(x)$ est définie sur $\mathbb{R}$, 2π-périodique et impaire.
- La fonction $x \mapsto \cos(x)$ est définie sur $\mathbb{R}$, 2π-périodique et paire.
- La fonction $x \mapsto \tan(x)$ est définie sur $\mathbb{R}$, π-périodique et impaire.

Formules d'addition

$$\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$$
$$\cos(a-b) = \cos(a)\cos(b) + \sin(a)\sin(b)$$
$$\sin(a+b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$$
$$\sin(a-b) = \sin(a)\cos(b) - \cos(a)\sin(b)$$

Formules de duplication

$$\cos(2x) = \cos^2(x) - \sin^2(x) = 2\cos^2(x) - 1 = 1 - 2\sin^2(x) \quad \sin(2x) = 2\sin(x)\cos(x).$$

Formules de linéarisation

$$\cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2} \quad \sin^2(x) = \frac{1-\cos(2x)}{2} \quad \sin(x)\cos(x) = \frac{1}{2}\sin(2x).$$

Formules de factorisation

$$1 + \cos(x) = 2\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) \quad 1 - \cos(x) = 2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right).$$

Résolution d'équations

- $\cos(a) = \cos(b)$ si et seulement si $\begin{cases} \text{il existe } k \in \mathbb{Z} \text{ tel que } b = a + 2k\pi \\ \text{ou} \\ \text{il existe } k \in \mathbb{Z} \text{ tel que } b = -a + 2k\pi \end{cases}$

- $\sin(a) = \sin(b)$ si et seulement si $\begin{cases} \text{il existe } k \in \mathbb{Z} \text{ tel que } b = a + 2k\pi \\ \text{ou} \\ \text{il existe } k \in \mathbb{Z} \text{ tel que } b = \pi - a + 2k\pi \end{cases}$

- $\tan(a) = \tan(b)$ si et seulement si il existe $k \in \mathbb{Z}$ tel que $b = a + k\pi$