

Antilles Guyane 2014. Enseignement spécifique

EXERCICE 3 : corrigé

Proposition 1 **FAUX**

Proposition 2 **VRAI**

Proposition 3 **FAUX**

Proposition 4 **FAUX**

L'espace est muni d'un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère les points $A(1 ; 2 ; 5)$, $B(-1 ; 6 ; 4)$, $C(7 ; -10 ; 8)$ et $D(-1 ; 3 ; 4)$.

Justification 1 : Les points A, B et C ont pour coordonnées respectives les points $(1 ; 2 ; 5)$, $(-1 ; 6 ; 4)$ et $(7 ; -10 ; 8)$. Les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AB} sont $(-2, 4, -1)$ et les coordonnées du vecteur \overrightarrow{AC} sont $(6, -12, 3)$.

On note alors que $\overrightarrow{AC} = -3\overrightarrow{AB}$. Par suite, les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} sont colinéaires ou encore les points A, B et C sont alignés.

On sait alors que les points A, B et C ne définissent pas un unique plan. La proposition 1 est fautive.

Justification 2 : Soit (P) le plan d'équation cartésienne $x - 2z + 9 = 0$.

- $x_A - 2z_A + 9 = 1 - 10 + 9 = 0$. Donc le point A appartient au plan (P).
- $x_B - 2z_B + 9 = -1 - 8 + 9 = 0$. Donc le point B appartient au plan (P).
- $x_D - 2z_D + 9 = -1 - 8 + 9 = 0$. Donc le point D appartient au plan (P).

Les points A, B et D appartiennent au plan (P). Puisque les points A, B et D définissent un unique plan, une équation cartésienne du plan (ABD) est $x - 2z + 9 = 0$. La proposition 2 est vraie.

Justification 3 : S'il existe un réel t tel que

$$\begin{cases} x_A = \frac{3}{2}t - 5 \\ y_A = -3t + 14 \\ z_A = -\frac{3}{2}t + 2 \end{cases},$$

alors en particulier, $-\frac{3}{2}t + 2 = 5$ et donc $t = -2$ et aussi $-3t + 14 = 2$ et donc $t = 4$. Ceci est impossible et donc le

point A n'appartient pas à la droite de représentation paramétrique $\begin{cases} x = \frac{3}{2}t - 5 \\ y = -3t + 14 \\ z = -\frac{3}{2}t + 2 \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. La proposition 3 est

fautive.

Justification 4 : Un vecteur normal au plan \mathcal{P} est le vecteur $\vec{n}(2, -1, 5)$ et un vecteur normal au plan \mathcal{P}' est le vecteur $\vec{n}'(-3, -1, 1)$.

Les vecteurs \vec{n} et \vec{n}' ne sont pas colinéaires et donc les plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' ne sont pas parallèles. La proposition 4 est fautive.