BACCALAUREAT GENERAL

Session de juin 2009

MATHEMATIQUES

- Série S -

Enseignement Obligatoire

Centres étrangers

EXERCICE 1

1) Restitution organisée de connaissances

a) Les événements $B \cap A$ et $B \cap \overline{A}$ constituent une partition de l'événement B. La formule des probabilités totales fournit alors

$$p(B) = p(B \cap A) + p(B \cap \overline{A}).$$

b) Supposons maintenant les événements A et B indépendants.

$$\begin{aligned} p(B \cap \overline{A}) &= p(B) - p(B \cap A) \text{ (d'après a))} \\ &= p(B) - p(B) \times p(A) \text{ (car les événements A et B sont indépendants)} \\ &= p(B)(1 - p(A)) = p(B) \times p(\overline{A}). \end{aligned}$$

Ceci montre que les événements $\overline{A}$ et B sont indépendants.

2) Application.

a) La probabilité demandée est $p(\overline{R} \cap S)$. Puisque les événements R et S sont indépendants, il en est de même des événements $\overline{R}$ et S d'après 1)b). Donc

$$p(\overline{R} \cap S) = p(\overline{R}) \times p(S) = (1 - 0,1) \times 0,05 = 0,045.$$

La probabilité que Stéphane entende son réveil sonner et que son scooter tombe en panne est $0,045$.

b) Stéphane arrive à l'heure si et seulement si il entend son réveil sonner et son scooter ne tombe pas en panne. La probabilité demandée est donc $p(\overline{R} \cap \overline{S})$. Puisque les événements $\overline{R}$ et S sont indépendants, il en est de même des événements $\overline{R}$ et $\overline{S}$. Donc

$$p(\overline{R} \cap \overline{S}) = p(\overline{R}) \times p(\overline{S}) = 0,9 \times 0,95 = 0,855.$$

La probabilité que Stéphane soit à l'heure un jour de classe donné est $0,855$.

c) Notons X le nombre de fois où Stéphane entend le réveil sonner. La variable aléatoire X est régie par un schéma de Bernoulli. En effet,

- 5 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues : « Stéphane entend le réveil sonner » avec une probabilité $p = p(\overline{R}) = 0,9$ et « Stéphane n'entend pas le réveil sonner » avec une probabilité $1 - p = p(R) = 0,1$.

La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = 0,9$.

La probabilité demandée est $p(X \geqslant 4)$ et on a

$$\begin{aligned} p(X \geqslant 4) &= p(X = 4) + p(X = 5) = \binom{5}{4} \times 0,9^4 \times 0,1^1 + 0,9^5 = 5 \times 0,9^4 \times 0,1 + 0,9^5 \\ &= 0,9185 \text{ arrondi à la quatrième décimale.} \end{aligned}$$

