

EXERCICE 1 (5 points)

(Commun à tous les candidats)

1. Restitution organisée de connaissances

Prérequis : on rappelle que deux événements A et B sont indépendants pour la probabilité p si, et seulement si, $p(A \cap B) = p(A) \times p(B)$.

Soient A et B deux événements associés à une expérience aléatoire.

- a. Démontrer que $p(B) = p(B \cap A) + p(B \cap \bar{A})$.
- b. Démontrer que, si les événements A et B sont indépendants pour la probabilité p , alors les événements \bar{A} et B le sont également.

2. Application : Chaque matin de classe, Stéphane peut être victime de deux événements indépendants :

- R : « il n'entend pas son réveil sonner » ;
- S : « son scooter, mal entretenu, tombe en panne ».

Il a observé que, chaque jour de classe, la probabilité de R est égale à 0,1 et que celle de S est égale à 0,05. Lorsqu'au moins l'un des deux événements se produit, Stéphane est en retard au lycée, sinon il est à l'heure.

- a. Calculer la probabilité qu'un jour de classe donné, Stéphane entende son réveil sonner et que son scooter tombe en panne.
- b. Calculer la probabilité que Stéphane soit à l'heure au lycée un jour de classe donné.
- c. Au cours d'une semaine, Stéphane se rend cinq fois au lycée. On admet que le fait qu'il entende son réveil sonner un jour de classe donné n'influe pas sur le fait qu'il l'entende ou non les jours suivants.
Quelle est la probabilité que Stéphane entende le réveil au moins quatre fois au cours d'une semaine ? Arrondir le résultat à la quatrième décimale.