

EXERCICE 2 (5 points)

(Réservé aux candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) d'unité 1 cm.

1. Restitution organisée de connaissances

Pour $M \neq \Omega$, on rappelle que le point M' est l'image du point M par la rotation r de centre Ω et d'angle de mesure θ si et seulement si :

$$\begin{cases} \Omega M' = \Omega M & (1) \\ (\vec{\Omega M}, \vec{\Omega M'}) = \theta \text{ à } 2k\pi \text{ près } (k \in \mathbb{Z}) & (2) \end{cases}$$

a) Soient z, z' et ω les affixes respectives des points M, M' et Ω .

Traduire les relations (1) et (2) en termes de modules et d'arguments.

b) En déduire l'expression de z' en fonction de z, θ et ω .

2. Résoudre dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes l'équation :

$$z^2 - 4\sqrt{3}z + 16 = 0.$$

On donnera les solutions sous forme algébrique.

3. Soient A et B les points d'affixes respectives $a = 2\sqrt{3} - 2i$ et $b = 2\sqrt{3} + 2i$.

a) Ecrire a et b sous forme exponentielle.

b) Faire une figure et placer les points A et B .

c) Montrer que OAB est un triangle équilatéral.

4. Soit C le point d'affixe $c = -8i$ et D son image par la rotation de centre O d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

Placer les points C et D .

Montrer que l'affixe du point D est $d = 4\sqrt{3} + 4i$.

5. Montrer que D est l'image du point B par une homothétie de centre O dont on déterminera le rapport.

6. Montrer que OAD est un triangle rectangle.