

EXERCICE 4 (5 points)

Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

Partie I : Restitution organisée de connaissances.

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

Soient A, B et C trois points du plan d'affixes respectives a, b, c .
On suppose que A et B sont distincts, ainsi que A et C .

On rappelle que $(\vec{u}, \overrightarrow{AB}) = \arg(b - a) \quad [2\pi]$.

Montrer que $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \arg\left(\frac{c - a}{b - a}\right) \quad [2\pi]$.

Partie II :

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On considère le point A d'affixe $1 + i$.

On associe, à tout point M du plan d'affixe z non nulle, le point M' d'affixe $z' = \frac{z - 1 - i}{z}$.

Le point M' est appelé le point image du point M .

- 1) a) Déterminer, sous forme algébrique, l'affixe du point B' , image du point B d'affixe i .
b) Montrer que, pour tout point M du plan d'affixe z non nulle, l'affixe z' du point M' est telle que $z' \neq 1$.
- 2) Déterminer l'ensemble des points M du plan d'affixe z non nulle pour lesquels l'affixe du point M' est telle que $|z'| = 1$.
- 3) Quel est l'ensemble des points M du plan d'affixe z non nulle pour lesquels l'affixe du point M' est un nombre réel ?