

Antilles Guyane 2011. Enseignement spécifique

EXERCICE 1 (5 points) (commun à tous les candidats)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . On prendra 2 cm pour unité graphique. On appelle J le point d'affixe i .

1) On considère les points A, B, C, H d'affixes respectives $a = -3 - i$, $b = -2 + 4i$, $c = 3 - i$ et $h = -2$.
Placer ces points sur une figure, qui sera complétée au fur et à mesure de l'exercice.

2) Montrer que J est le centre du cercle \mathcal{C} circonscrit au triangle ABC. Préciser le rayon du cercle \mathcal{C} .

3) Montrer que les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.

Dans la suite de l'exercice, on admet que H est l'orthocentre du triangle ABC, c'est-à-dire le point d'intersection des hauteurs du triangle ABC.

4) On note G le centre de gravité du triangle ABC. Déterminer l'affixe g du point G.
Placer G sur la figure.

5) Montrer que le centre de gravité G, le centre du cercle circonscrit J et l'orthocentre H du triangle ABC sont alignés. Le vérifier sur la figure.

6) On note A' le milieu de [BC] et K celui de [AH]. Le point A' a pour affixe $a' = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.

a) Déterminer l'affixe du point K.

b) Démontrer que le quadrilatère KHA'J est un parallélogramme.