

Antilles Guyane 2012. Enseignement spécifique

EXERCICE 2 (4 points) (commun à tous les candidats)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On réalisera sur une feuille de papier millimétré une figure en prenant pour unité 2 cm. On complètera cette figure au fur et à mesure des questions.

On considère les points A, B et C du plan complexe d'affixes respectives

$$a = -1 + 2i ; \quad b = -2 - i ; \quad c = -3 + i.$$

1) Placer les points A, B et C sur le graphique.

2) a) Calculer $\frac{b}{a}$.

b) Déterminer le module et un argument de $\frac{b}{a}$.

c) Montrer que $(\vec{OA}, \vec{OB}) = \arg\left(\frac{b}{a}\right) [2\pi]$.

d) Déduire des questions précédentes la nature du triangle OAB.

3) On considère l'application f qui à tout point M d'affixe z avec $z \neq b$, associe le point M' d'affixe z' définie par

$$z' = \frac{z + 1 - 2i}{z + 2 + i}.$$

a) Calculer l'affixe c' du point C' , image de C par f et placer le point C' sur la figure.

b) Déterminer l'ensemble \mathcal{E} des points M d'affixe z avec $z \neq b$, tels que $|z'| = 1$.

c) Justifier que \mathcal{E} contient les points O et C. Tracer \mathcal{E} .

4) *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète sera prise en compte dans l'évaluation.*

On appelle J le point d'affixe $-ia$.

On appelle K le point d'affixe ic .

On note L le milieu de [JK].

Démontrer que la médiane issue de O du triangle OJK est la hauteur issue de O du triangle OAC.