

Antilles Guyane. Septembre 2017. Enseignement spécifique

EXERCICE 2 (3 points) (commun à tous les candidats)

Soit la suite de nombres complexes (z_n) définie par

$$\begin{cases} z_0 = 100 \\ z_{n+1} = \frac{i}{3}z_n \text{ pour tout entier naturel } n. \end{cases}$$

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) .

Pour tout entier naturel n , on note M_n le point d'affixe z_n .

- 1) Démontrer que, pour tout entier naturel n , les points O , M_n et M_{n+2} sont alignés.
- 2) On rappelle qu'un disque de centre A et de rayon r , où r est un nombre réel positif, est l'ensemble des points M du plan tels que $AM \leq r$.
Démontrer que, à partir d'un certain rang, tous les points M_n appartiennent au disque de centre O et de rayon 1.