

France métropolitaine/Réunion. Septembre 2017. Enseignement spécifique

EXERCICE 2 : corrigé

1) Le discriminant de l'équation proposée est $\Delta = 2^2 - 4(-1)(-2) = -4 < 0$. L'équation proposée admet deux solutions non réelles conjuguées :

$$z_1 = \frac{-2 + 2i}{2(-1)} = 1 - i \text{ et } z_2 = \overline{z_1} = 1 + i.$$

Soit $z \in \mathbb{C}$. $z' = 2 \Leftrightarrow -z^2 + 2z = 2 \Leftrightarrow -z^2 + 2z - 2 = 0 \Leftrightarrow z \in \{1 + i, 1 - i\}$. Les points du plan dont l'image est le point d'affixe 2 sont les points d'affixes respectives $1 + i$ et $1 - i$.

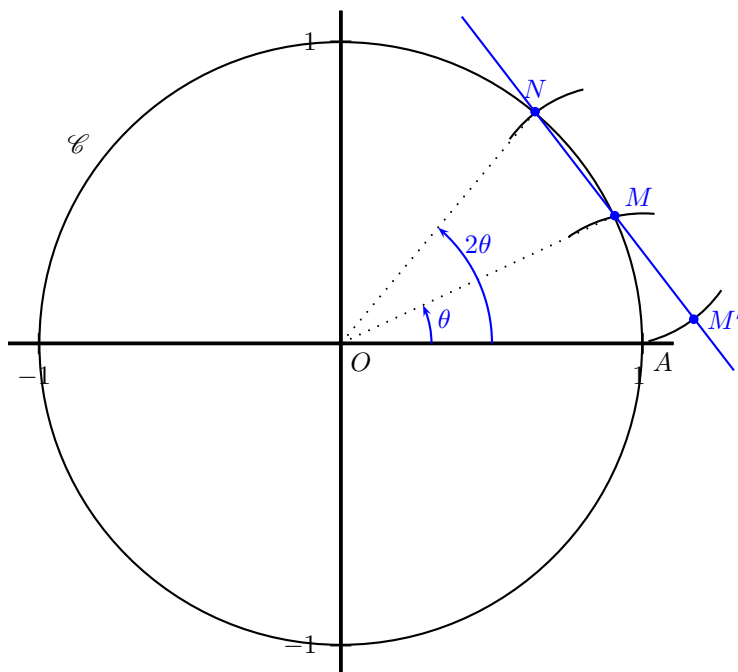
2)

$$\frac{z_N + z_{M'}}{2} = \frac{z^2 + (-z^2 + 2z)}{2} = z = z_M.$$

Donc, le point M est le milieu du segment $[NM']$.

3) a) $|z| = OM = 1$. Donc, z est le nombre complexe de module 1 et d'argument θ . On en déduit que $z = e^{i\theta}$. Mais alors, $z_N = z^2 = e^{2i\theta}$ et donc un argument de z_N est 2θ .

b) Construction. On plante le compas en A avec une ouverture AM . On reporte ensuite au compas l'arc \widehat{AM} pour obtenir le point N . On trace la droite (NM) . On reporte la distance NM au compas à partir de M sur la droite (NM) et on obtient le point M' .



c) $MA = MN = MM'$ et donc le triangle AMM' est isocèle en M .