

EXERCICE 1 (4 points)

Commun à tous les candidats

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . Unité graphique 2 cm.

On appelle A le point d'affixe $-2i$.

A tout point M du plan d'affixe z , on associe le point M' d'affixe

$$z' = -2\bar{z} + 2i.$$

- 1) On considère le point B d'affixe $b = 3 - 2i$.
Déterminer la forme algébrique des affixes a' et b' des points A' et B' associés respectivement aux points A et B . Placer ces points sur le dessin.
- 2) Montrer que si M appartient à la droite (Δ) d'équation $y = -2$ alors M' appartient aussi à (Δ) .
- 3) Démontrer que pour tout point M d'affixe z , $|z' + 2i| = 2|z + 2i|$; interprétez géométriquement cette égalité.
- 4) Pour tout point M distinct de A , on appelle θ un argument de $z + 2i$.
 - a) Justifier que θ est une mesure de l'angle $(\vec{u}, \overrightarrow{AM})$.
 - b) Démontrer que $(z + 2i)(z' + 2i)$ est un réel négatif ou nul.
 - c) En déduire un argument de $z' + 2i$ en fonction de θ .
 - d) Que peut-on en déduire pour les demi-droites $[AM)$ et $[AM')$?
- 5) En utilisant les résultats précédents, proposer une construction géométrique du point M' associé au point M .