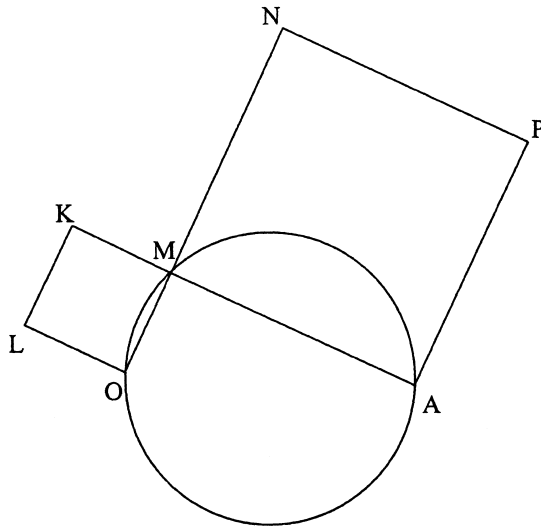


EXERCICE 2 (5 points)

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité



Dans le plan orienté, on considère les points O et A fixés et distincts, le cercle \mathcal{C} de diamètre $[OA]$, un point M variable appartenant au cercle \mathcal{C} et distinct des points O et A, ainsi que les carrés de sens direct MAPN et MKLO. La figure est représentée ci-dessus.

Le but de l'exercice est de mettre en évidence quelques éléments invariants de la figure et de montrer que le point N appartient à un cercle à déterminer.

On munit le plan complexe d'un repère orthonormal direct de sorte que les affixes des points O et A soient respectivement 0 et 1.

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\frac{\pi}{2}$. On note k, l, m, n et p les affixes respectives des points K, L, M, N et P.

- 1) Démontrer que, quel que soit le point M choisi sur le cercle \mathcal{C} , on a $\left| m - \frac{1}{2} \right| = \frac{1}{2}$.
- 2) Établir les relations suivantes : $l = im$ et $p = -im + 1 + i$. On admettra que l'on a également $n = (1 - i)m + i$ et $k = (1 + i)m$.
- 3)
 - a) Démontrer que le milieu Ω du segment $[PL]$ est un point indépendant de la position du point M sur le cercle \mathcal{C} .
 - b) Démontrer que le point Ω appartient au cercle \mathcal{C} et préciser sa position sur ce cercle.
- 4)
 - a) Calculer la distance KN et démontrer que cette distance est constante.
 - b) Quelle est la nature du triangle ΩNK ?
- 5) Démontrer que le point N appartient à un cercle fixe, indépendant du point M, dont on déterminera le centre et le rayon.