EXERCICE 1 (4 points)

Commun à tous les candidats

Pour chacune des quatre questions de ce QCM, une seule des quatre propositions est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse inexacte enlève 0,5 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point. Si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à 0.

1) Dans le plan complexe, on donne les points A, B et C d'affixes respectives $-2+3i$, $-3-i$ et $2,08+1,98i$. Le triangle ABC est :

(a) : isocèle et non rectangle **(b)** : rectangle et non isocèle
(c) : rectangle et isocèle **(d)** : ni rectangle ni isocèle

2) A tout nombre complexe $z \neq -2$, on associe le nombre complexe z' défini par : $z' = \dfrac{z-4i}{z+2}$.
L'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z'| = 1$ est :

(a) : un cercle de rayon 1 **(b)** : une droite
(c) : une droite privée d'un point **(d)** : un cercle privé d'un point

3) Les notations sont les mêmes qu'à la question 2).
L'ensemble des points M d'affixe z tels que z' est un réel est :

(a) : un cercle **(b)** : une droite
(c) : une droite privée d'un point **(d)** : un cercle privé d'un point

4) Dans le plan complexe, on donne le point D d'affixe i. L'écriture complexe de la rotation de centre D et d'angle $-\dfrac{\pi}{3}$ est :

(a) : $z' = \left(\dfrac{1}{2} - i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)z - \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i$ **(b)** : $z' = \left(-\dfrac{1}{2} + i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)z - \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i$
(c) : $z' = \left(\dfrac{1}{2} - i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)z - \dfrac{\sqrt{3}}{2} - \dfrac{1}{2}i$ **(d)** : $z' = \left(\dfrac{1}{2} - i\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)z + \dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{1}{2}i$

BACCALAUREAT GENERAL

Session 2005

MATHEMATIQUES

- Série S -

Enseignement Obligatoire

Rochambeau

EXERCICE 1

1.	(b)
2.	(b)
3.	(c)
4.	(a)

Explications.

1. On note a, b et c les affixes des points A, B et C. On a

$$b-a=(-3-i)-(-2+3i)=-1-4i,\ c-a=(2,08+1,98i)-(-2+3i)=4,08-1,02i \text{ et}$$
$$c-b=(2,08+1,98i)-(-3-i)=5,08+2,98i\ .$$

Puis

$$AB=|b-a|=\sqrt{(-1)^2+(-4)^2}=\sqrt{17},\ AC=|c-a|=\sqrt{4,08^2+(-1,02)^2}=\sqrt{16,6464+1,0404}=\sqrt{17,6868} \text{ et}$$
$$BC=|c-b|=\sqrt{5,08^2+2,98^2}=\sqrt{25,8064+8,8804}=\sqrt{34,6868}.$$

Les trois distances sont deux à deux distinctes et donc le triangle ABC n'est pas isocèle. Le plus grand des trois côtés est BC et de plus $AB^2+AC^2=17+17,6868=34,6868=BC^2$. Donc le triangle ABC est rectangle en A.

2. Notons A le point d'affixe $a=4i$ et B le point d'affixe $b=-2$. Soit M un point du plan dont l'affixe est notée z.

$$|z'|=1\Leftrightarrow z\neq b \text{ et } \left|\frac{z-a}{z-b}\right|=1\Leftrightarrow z\neq b \text{ et } |z-a|=|z-b|\Leftrightarrow M\neq B \text{ et } AM=BM\Leftrightarrow AM=BM\Leftrightarrow M\in \text{med}[AB].$$

L'ensemble cherché est la médiatrice du segment [AB].

3.

$$z'\in\mathbb{R}\Leftrightarrow z\neq b \text{ et il existe un réel } k \text{ tel que } z-a=k(z-b)\Leftrightarrow M\neq B \text{ et il existe un réel } k \text{ tel que } \overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{BM}$$
$$\Leftrightarrow M\in(AB)\setminus\{B\}.$$

L'ensemble cherché est la droite (AB) privée du point B.

4. L'écriture complexe de la rotation de centre Ω d'affixe ω et d'angle θ est

$$z'=e^{i\theta}(z-\omega)+\omega,$$

ce qui donne ici

$$z'=e^{-i\pi/3}(z-i)+i=\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(z-i)+i=\left(\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i.$$

