BACCALAUREAT GENERAL

Session 2005

MATHEMATIQUES

- Série S -

Enseignement Obligatoire

Rochambeau

EXERCICE 1

1.	(b)
2.	(b)
3.	(c)
4.	(a)

Explications.

1. On note a, b et c les affixes des points A, B et C. On a

$$b - a = (-3 - i) - (-2 + 3i) = -1 - 4i,\ c - a = (2,08 + 1,98i) - (-2 + 3i) = 4,08 - 1,02i \text{ et}$$
$$c - b = (2,08 + 1,98i) - (-3 - i) = 5,08 + 2,98i\ .$$

Puis

$$AB = |b - a| = \sqrt{(-1)^2 + (-4)^2} = \sqrt{17},\ AC = |c - a| = \sqrt{4,08^2 + (-1,02)^2} = \sqrt{16,6464 + 1,0404} = \sqrt{17,6868} \text{ et}$$
$$BC = |c - b| = \sqrt{5,08^2 + 2,98^2} = \sqrt{25,8064 + 8,8804} = \sqrt{34,6868}.$$

Les trois distances sont deux à deux distinctes et donc le triangle ABC n'est pas isocèle. Le plus grand des trois côtés est BC et de plus $AB^2 + AC^2 = 17 + 17,6868 = 34,6868 = BC^2$. Donc le triangle ABC est rectangle en A.

2. Notons A le point d'affixe $a = 4i$ et B le point d'affixe $b = -2$. Soit M un point du plan dont l'affixe est notée z.

$$|z'| = 1 \Leftrightarrow z \neq b \text{ et } \left|\frac{z-a}{z-b}\right| = 1 \Leftrightarrow z \neq b \text{ et } |z - a| = |z - b| \Leftrightarrow M \neq B \text{ et } AM = BM \Leftrightarrow AM = BM \Leftrightarrow M \in \text{med}[AB].$$

L'ensemble cherché est la médiatrice du segment [AB].

3.

$$z' \in \mathbb{R} \Leftrightarrow z \neq b \text{ et il existe un réel } k \text{ tel que } z - a = k(z - b) \Leftrightarrow M \neq B \text{ et il existe un réel } k \text{ tel que } \overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{BM}$$
$$\Leftrightarrow M \in (AB) \setminus \{B\}.$$

L'ensemble cherché est la droite (AB) privée du point B.

4. L'écriture complexe de la rotation de centre Ω d'affixe ω et d'angle θ est

$$z' = e^{i\theta}(z - \omega) + \omega,$$

ce qui donne ici

$$z' = e^{-i\pi/3}(z - i) + i = \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(z - i) + i = \left(\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i.$$

