

## EXERCICE 2 (5 points )

(Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormal  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  ; l'unité graphique est 1 cm.

1) Résoudre, dans l'ensemble des nombres complexes, l'équation :

$$z^2 + 4z + 8 = 0.$$

On donnera les solutions sous forme algébrique, puis sous forme trigonométrique.

2) On note  $A$  et  $B$  les points du plan d'affixes respectives :

$$a = 2 - 2i \quad \text{et} \quad b = -a.$$

a) Déterminer l'affixe  $c$  du point  $C$ , image du point  $B$  par la rotation de centre  $O$  et d'angle  $\frac{\pi}{2}$ .

b) On note  $D$  l'image de  $C$  par la rotation de centre  $A$  et d'angle  $\frac{\pi}{2}$  ; démontrer que l'affixe  $d$  du point  $D$  est  $d = 2 - 6i$ .

c) Placer les points  $C$  et  $D$  sur le graphique. Quelle est la nature du quadrilatère  $ABCD$  ?

3)  $\alpha$  étant un nombre réel non nul, on désigne par  $G_\alpha$  le barycentre du système :

$$\{(A, 1), (B, -1), (C, \alpha)\}.$$

a) Exprimer le vecteur  $\overrightarrow{CG_\alpha}$  en fonction du vecteur  $\overrightarrow{BA}$ .

b) En déduire l'ensemble des points  $G_\alpha$  lorsque  $\alpha$  décrit l'ensemble des réels non nuls.  
Construire cet ensemble.

c) Pour quelle valeur de  $\alpha$  a-t-on  $G_\alpha = D$  ?

4) On suppose dans cette question que  $\alpha = 2$ .

*Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Déterminer et construire l'ensemble des points  $M$  du plan tels que :

$$\left\| \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC} \right\| = 4\sqrt{2}.$$