EXERCICE 4 (5 points)

(Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

Le plan complexe est rapporté est rapporté à un repère orthonormal $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
Soit $(\mathscr{C})$ le cercle de centre O et de rayon 1.

On considère le point A de $(\mathscr{C})$ d'affixe $z_A = e^{i\frac{\pi}{3}}$.

1) Déterminer l'affixe z_B du point B image de A par la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{2\pi}{3}$.

Déterminer l'affixe z_C du point C image de B par la rotation de centre O et d'angle $\dfrac{2\pi}{3}$.

2. **a)** Justifier que $(\mathscr{C})$ est le cercle circonscrit au triangle ABC. Construire les points A, B et C sur la feuille de papier millimétré.

b) Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifier.

3) Soit h l'homothétie de centre O et de rapport -2.

a) Compléter la figure en plaçant les points P, Q et R images respectives des points A, B et C par h.

b) Quelle est la nature du triangle PQR ? Justifier.

4) *Dans cette question, le candidat est invité à porter sur sa copie les étapes de sa démarche même si elle n'aboutit pas.*

a) Donner l'écriture complexe de h.

b) Calculer $z_A + z_B + z_C$.
En déduire que A est le milieu du segment $[QR]$.

c) Que peut-on dire de la droite (QR) par rapport au cercle $(\mathscr{C})$?