

Exercice 1 (5 points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$;
unité graphique : 4cm.

On considère le point A d'affixe $z_A = 2 + i$ et le cercle (Γ) de centre A et de rayon $\sqrt{2}$.

1. Faire une figure qui sera complétée tout au long de l'exercice.
2. a) Déterminer les affixes des points d'intersection de (Γ) et de l'axe $(O; \vec{u})$.
b) On désigne par B et C les points d'affixes respectives $z_B = 1$ et $z_C = 3$.
Déterminer l'affixe z_D du point D diamétralement opposé au point B sur le cercle (Γ) .
3. Soit M le point d'affixe $\frac{3}{5} + \frac{6}{5}i$.
 - a) Calculer le nombre complexe $\frac{z_D - z_M}{z_B - z_M}$.
 - b) Interpréter géométriquement un argument du nombre $\frac{z_D - z_M}{z_B - z_M}$; en déduire que le point M appartient au cercle (Γ) .
4. On note (Γ') le cercle de diamètre [AB].
La droite (BM) recoupe le cercle (Γ') en un point N.
 - a) Montrer que les droites (DM) et (AN) sont parallèles.
 - b) Déterminer l'affixe du point N.
5. On désigne par M' l'image du point M par la rotation de centre B et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.
 - a) Déterminer l'affixe du point M'.
 - b) Montrer que le point M' appartient au cercle (Γ') .