

EXERCICE 2

- 1) Les points C et D sont les points de coordonnées respectives $(1, -1)$ et $(0, -1)$ et donc $c = 1 - i$ et $d = -i$.
- 2) a) L'écriture complexe de r est $z' - 0 = e^{i\pi/2}(z - 0)$ ou encore $z' = iz$.
- b) Puisque le quadrilatère OBEF est un carré direct, $F = r(B)$ et donc $f = ib$.
- c) Le carré OBEF est en particulier un parallélogramme et donc $\vec{OE} = \vec{OB} + \vec{OF}$ puis $e = b + f = b + ib = (1 + i)b$.

$$e = (1 + i)b.$$

- 3) De même, $\vec{OG} = \vec{OF} + \vec{OD}$ et donc $g = f + d = ib - i = i(b - 1)$.

$$g = i(b - 1).$$

$$4) \frac{e - g}{c - g} = \frac{(1 + i)b - i(b - 1)}{1 - i - i(b - 1)} = \frac{b + i}{1 - ib} = \frac{i(1 - ib)}{1 - ib} = i.$$

$$\frac{e - g}{c - g} = i.$$

1ère solution. On en déduit que $GE = |e - g| = |i(c - g)| = |i| \times |c - g| = 1 \times GC = GC$ et donc le triangle EGC est isocèle en G. On en déduit aussi que $(\vec{GC}, \vec{GE}) = \arg\left(\frac{e - g}{c - g}\right) = \arg(i) = \frac{\pi}{2} [2\pi]$ et donc le triangle EGC est rectangle en G.

2ème solution. L'égalité $\frac{e - g}{c - g} = i$ s'écrit encore $e - g = e^{i\pi/2}(c - g)$ et signifie que le point E est l'image du point C par la rotation de centre G et d'angle $\frac{\pi}{2}$. Ceci démontre de nouveau que le triangle EGC est rectangle en G.

Le triangle EGC est rectangle et isocèle en C.