

EXERCICE 4 : (5 points)

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$, on associe à tout point M d'affixe z non nulle, le point M' milieu du segment $[MM_1]$, où M_1 est le point d'affixe $\frac{1}{z}$.

Le point M' est appelé l'image du point M .

1) a) Montrer que les distances OM et OM_1 vérifient la relation $OM \times OM_1 = 1$ et que les angles $(\vec{u}; \overrightarrow{OM_1})$ et $(\vec{u}; \overrightarrow{OM})$ vérifient l'égalité des mesures suivantes $(\vec{u}; \overrightarrow{OM_1}) = -(\vec{u}; \overrightarrow{OM})$ à 2π près.

b) Sur la figure donnée en annexe 2 (à rendre avec la copie) le point A appartient au cercle de centre O et de rayon 2.

Construire le point A' image du point A . (On laissera apparents les traits de construction).

2) a) Justifier que pour tout nombre complexe z non nul, le point M' a pour affixe $z' = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right)$.

b) Soient B et C les points d'affixes respectives $2i$ et $-2i$. Calculer les affixes des points B' et C' images respectives des points B et C .

c) Placer les points B , C , B' et C' sur la figure donnée en annexe 2 (à rendre avec la copie).

3) Déterminer l'ensemble des points M tels que $M' = M$.

4) *Dans cette question, toute trace de recherche même incomplète, ou d'initiative même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.*

Montrer que si le point M appartient au cercle de centre O et de rayon 1 alors son image M' appartient au segment $[KL]$ où K et L sont les points d'affixes respectives -1 et 1 .

ANNEXE 2
Exercice 4

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

(À rendre avec la copie)

