

EXERCICE 2 (5 points)

(Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . On prendra pour unité graphique 2 cm.

Soit A, B et C les points d'affixes respectives :

$$a = 3 - i, b = 1 - 3i \text{ et } c = -1 - i.$$

1.
 - a. Placer ces points sur une figure que l'on complètera au fur et à mesure.
 - b. Quelle est la nature du triangle ABC ?
 - c. Démontrer que les points A et B appartiennent à un même cercle Γ de centre O , dont on calculera le rayon.
2. Soit M un point quelconque du plan d'affixe notée m et N le point d'affixe notée n , image de A dans la rotation r de centre M et d'angle de mesure $\frac{\pi}{2}$.
 - a. Donner l'écriture complexe de la rotation r .
 - b. En déduire une expression de n en fonction de m .
3. On appelle Q le milieu du segment $[AN]$ et q son affixe.
Montrer que : $q = \frac{(1-i)m}{2} + 2 + i$.
4. Dans cette question, M est un point du cercle Γ .
 - a. Justifier l'existence d'un réel θ tel que : $m = \sqrt{10}e^{i\theta}$.
 - b. Calculer $|q - 2 - i|$. Quel est le lieu Γ' de Q lorsque M décrit le cercle Γ .