

BACCALAUREAT GENERAL

Session de juin 2011

MATHEMATIQUES

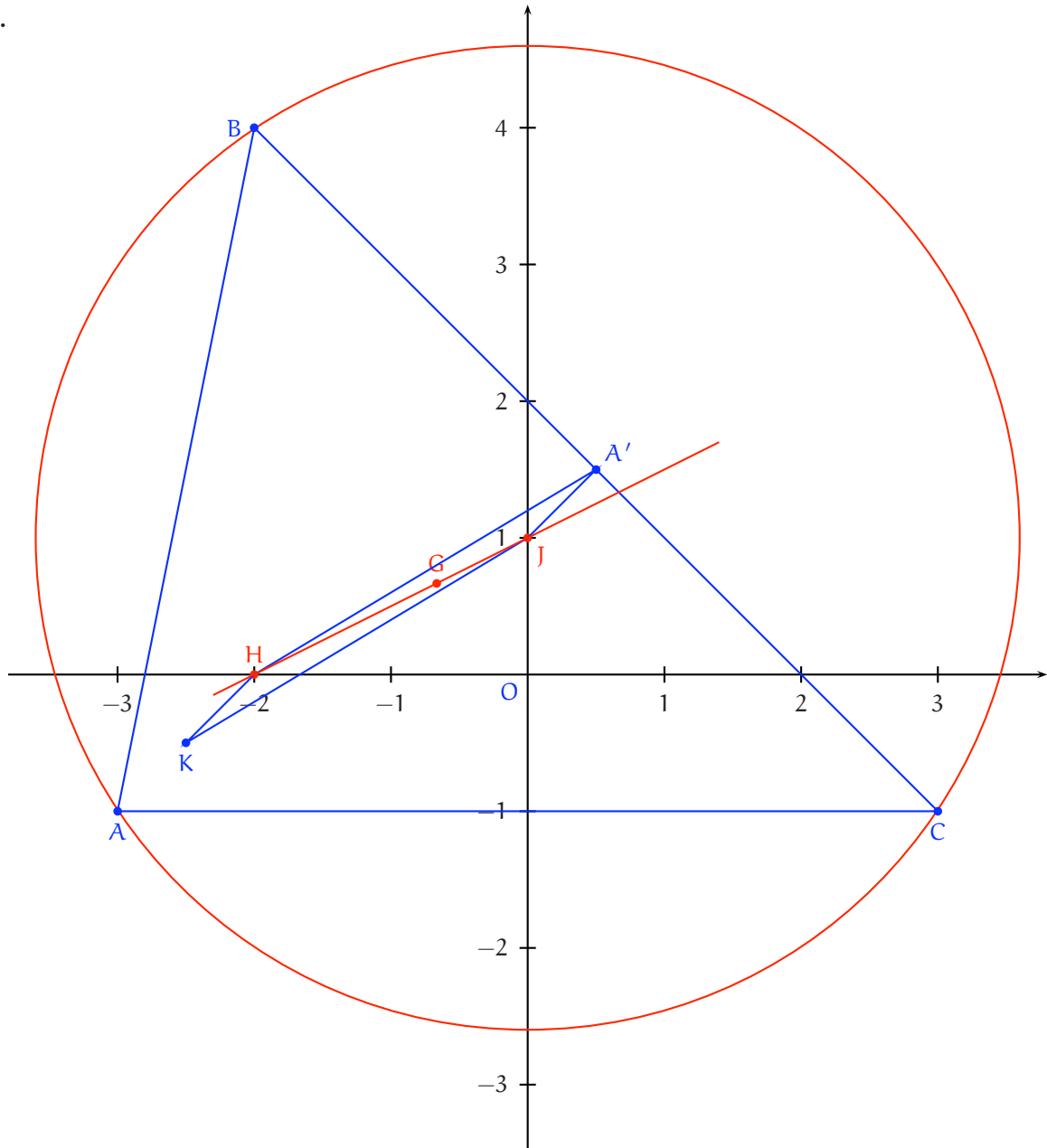
- Série S -

Enseignement Obligatoire

AntillesGuyane

EXERCICE 1

1) Figure.



2) • $JA = |a - i| = |-3 - i - i| = |-3 - 2i| = \sqrt{(-3)^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$.

• $JB = |b - i| = |-2 + 4i - i| = |-2 + 3i| = \sqrt{(-2)^2 + 3^2} = \sqrt{13}$.

• $JC = |c - i| = |3 - i - i| = |3 - 2i| = \sqrt{3^2 + (-2)^2} = \sqrt{13}$.

En résumé, $JA = JB = JC = \sqrt{13}$ et donc

le point J est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC dont le rayon est $\sqrt{13}$.

3) $\frac{b-c}{h-a} = \frac{(-2+4i)-(3-i)}{-2-(-3-i)} = \frac{-5+5i}{1+i} = \frac{5i(1+i)}{1+i} = 5i$. En particulier,

$$(\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{CB}) = \arg\left(\frac{b-c}{h-a}\right) = \arg(5i) = \frac{\pi}{2} [2\pi],$$

ou encore,

les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.

4) Le centre de gravité du triangle ABC est l'isobarycentre des points A, B et C. Donc

$$g = \frac{a+b+c}{3} = \frac{-3-i-2+4i+3-i}{3} = -\frac{2}{3} + \frac{2}{3}i.$$

5) L'affixe du vecteur \overrightarrow{JG} est $g-i = -\frac{2}{3} + \frac{2}{3}i - i = -\frac{2}{3} - \frac{1}{3}i$. L'affixe du vecteur \overrightarrow{JH} est $h-i = -2-i$.

Donc $h-i = 3(g-i)$ ou encore $\overrightarrow{JH} = 3\overrightarrow{JG}$. Ainsi, les vecteurs \overrightarrow{JH} et \overrightarrow{JG} sont colinéaires ou encore les points G, J et H sont alignés.

6) a) On note k l'affixe du point K.

$$k = \frac{a+h}{2} = \frac{-3-i-2}{2} = -\frac{5}{2} - \frac{1}{2}i.$$

L'affixe du point K est $-\frac{5}{2} - \frac{1}{2}i$.

b) L'affixe du vecteur $\overrightarrow{HA'}$ est $a'-h = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i - (-2) = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}i$. L'affixe du vecteur \overrightarrow{KJ} est $i-k = i - \left(-\frac{5}{2} - \frac{1}{2}i\right) = \frac{5}{2} + \frac{3}{2}i$.

Ainsi, $a'-h = i-k$ ou encore $\overrightarrow{HA'} = \overrightarrow{KJ}$ et par suite,

le quadrilatère KHA'J est un parallélogramme.