

EXERCICE 1 (5 points)

(Commun à tous les candidats)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . On prendra 2 cm pour unité graphique. On appelle J le point d'affixe i .

1. On considère les points A, B, C, H d'affixes respectives $a = -3 - i, b = -2 + 4i, c = 3 - i$ et $h = -2$.
Placer ces points sur une figure, qui sera complétée au fur et à mesure de l'exercice.
2. Montrer que J est le centre du cercle \mathcal{C} circonscrit au triangle ABC . Préciser le rayon du cercle \mathcal{C} .
3. Calculer, sous forme algébrique, le nombre complexe $\frac{b-c}{h-a}$.
En déduire que les droites (AH) et (BC) sont perpendiculaires.

Dans la suite de l'exercice, on admet que H est l'orthocentre du triangle ABC , c'est-à-dire le point d'intersection des hauteurs du triangle ABC .

4. On note G le centre de gravité du triangle ABC . Déterminer l'affixe g du point G .
Placer G sur la figure.
5. Montrer que le centre de gravité G , le centre du cercle circonscrit J et l'orthocentre H du triangle ABC sont alignés. Le vérifier sur la figure.
6. On note A' le milieu de $[BC]$ et K celui de $[AH]$. Le point A' a pour affixe $a' = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$.
 - a. Déterminer l'affixe du point K .
 - b. Démontrer que le quadrilatère $KHA'J$ est un parallélogramme.