

EXERCICE 2 (5 points)

(Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité)

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

On note r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{6}$.

On considère le points A , d'affixe $z_A = -\sqrt{3} + i$, le point A_1 d'affixe $z_{A_1} = \overline{z_A}$ où $\overline{z_A}$ désigne le conjugué de z_A .

On note enfin B l'image du point A_1 par la rotation r et z_B l'affixe du point B .

1.
 - a. Écrire le nombre complexe z_A sous forme exponentielle, puis placer les points A et A_1 , dans le repère. On prendra 2 cm comme unité graphique.
 - b. Vérifier que $z_B = 2e^{-\frac{2i\pi}{3}}$ sous forme exponentielle, puis écrire le nombre complexe z_B sous forme algébrique.
Placer alors le point B dans le même repère.
2. On considère le vecteur unitaire \vec{w} tel que $(\vec{u}, \vec{w}) = \frac{\pi}{12}$ et la droite Δ passant par O de vecteur directeur \vec{w} .
 - a. Démontrer que le triangle OAB est rectangle isocèle en O .
 - b. Tracer la droite Δ , puis démontrer que Δ est la bissectrice de l'angle (\vec{OA}, \vec{OB}) .
En déduire que les points A et B sont symétriques par rapport à la droite Δ .
3. On note B_1 le symétrique de B par rapport à l'axe $(O; \vec{u})$ et B' l'image de B_1 par la rotation r . Démontrer que $B' = A$.
4. *Dans cette question, toute trace de recherche ou d'initiative, même non aboutie, sera prise en compte dans l'évaluation.*
Soit C le point d'affixe $\sqrt{2}(1 + i)$ et D le symétrique de C par rapport à la droite Δ .
Construire les points C et D , puis calculer l'affixe du point D .