

EXERCICE 1 (4 points)

(Commun à tous les candidats)

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O, \vec{u}, \vec{v}) direct d'unité graphique 1 cm. On considère les points A et B d'affixes respectives $z_A = 1$ et $z_B = 3 + 4i$. Soit C et D les points d'affixes respectives $z_C = 2\sqrt{3} + i(-2 - \sqrt{3})$ et $z_D = -2\sqrt{3} + i(\sqrt{3} - 2)$.

L'objet de l'exercice est de proposer une construction géométrique des points D et C .

1.
 - a. Montrer que l'image du point B par la rotation de centre A et d'angle $\frac{2\pi}{3}$ est le point D .
 - b. En déduire que les points B et D sont sur un cercle (C) de centre A dont on déterminera le rayon.

2. Soit F l'image du point A par l'homothétie de centre B et de rapport $\frac{3}{2}$.
 - a. Montrer que l'affixe z_F du point F est $-2i$.
 - b. Montrer que le point F est le milieu du segment $[CD]$.
 - c. Montrer que $\frac{z_C - z_F}{z_A - z_F} = -i\sqrt{3}$. En déduire la forme exponentielle de $\frac{z_C - z_F}{z_A - z_F}$.
Déduire des questions précédentes que la droite (AF) est la médiatrice du segment $[CD]$.

3. Proposer un programme de construction pour les points D et C à partir des points A , B et F et réaliser la figure.

Dans cette question, toute trace de recherche, même incomplète, sera prise en compte dans l'évaluation.