EXERCICE 2 (5 points)

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Les parties A et B sont indépendantes.

On considère l'équation (E) :

$$z^3 - (4+i)z^2 + (7+i)z - 4 = 0.$$

où z désigne un nombre complexe.

Partie A

1. **a)** Montrer que (E) admet une solution réelle, notée z_1.

b) Déterminer les deux nombres complexes a et b tels que, pour tout nombre complexe z, on ait :

$$z^3 - (4+i)z^2 + (7+i)z - 4 = (z - z_1)(z - 2 - 2i)(az + b).$$

2. Résoudre (E).

Partie B

Dans le plan muni d'un repère orthonormal direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$, on considère les trois points A, B et C d'affixes respectives 1, $2+2i$ et $1-i$.

1. Représenter les points A, B et C.

2. Déterminer le module et un argument de $\dfrac{2+2i}{1-i}$. En déduire la nature du triangle OBC.

3. Que représente la droite (OA) pour le triangle OBC ? Justifier votre affirmation.

4. Soit D l'image de O par la rotation d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$ et de centre C. Déterminer l'affixe de D.

5. Quelle est la nature de $OCDB$?