

EXERCICE 4 (5 points)

Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le plan est rapporté à un repère orthonormal direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$ (unité graphique 1 cm).

1) Résoudre, dans l'ensemble \mathbb{C} des nombres complexes, l'équation suivante :

$$z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$$

2) On considère les points A et B qui ont pour affixes respectives les nombres complexes $a = 4\sqrt{3} - 4i$ et $b = 4\sqrt{3} + 4i$.

a) Écrire a et b sous forme exponentielle.

b) Calculer les distances OA, OB, AB. En déduire la nature du triangle OAB.

3) On désigne par C le point d'affixe $c = -\sqrt{3} + i$ et par D son image par la rotation de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{3}$. Déterminer l'affixe d du point D.

4) On appelle G le barycentre des trois points pondérés $(O ; -1)$, $(D ; +1)$, $(B ; +1)$.

a) Justifier l'existence de G et montrer que ce point a pour affixe $g = 4\sqrt{3} + 6i$.

b) Placer les points A, B, C, D et G sur une figure.

c) Montrer que les points C, D et G sont alignés.

d) Démontrer que le quadrilatère OBGD est un parallélogramme.

5) Quelle est la nature du triangle AGC ?