Polynésie 2013. Enseignement spécifique

EXERCICE 2 (4 points) (commun à tous les candidats)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Aucune justification n'est demandée.
Pour chacune des questions, une seule des quatre propositions est exacte. Chaque réponse correcte rapporte un point. Une réponse erronée ou une absence de réponse n'ôte pas de point.
Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la réponse choisie.

1) Soit $z_1 = \sqrt{6}e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $z_2 = \sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}$. La forme exponentielle de $i\dfrac{z_1}{z_2}$ est :

a) $\sqrt{3}e^{i\frac{19\pi}{12}}$ **b)** $\sqrt{12}e^{-i\frac{\pi}{12}}$ **c)** $\sqrt{3}e^{i\frac{7\pi}{12}}$ **d)** $\sqrt{3}e^{i\frac{13\pi}{12}}$

2) L'équation $-z = \overline{z}$ d'inconnue complexe z, admet :

a) une solution
b) deux solutions
c) une infinité de solutions dont les points images dans le plan complexe sont situés sur une droite
d) une infinité de solutions dont les points images dans le plan complexe sont situés sur un cercle.

3) Dans un repère de l'espace, on considère les trois points $A(1, 2, 3)$, $B(-1, 5, 4)$ et $C(-1, 0, 4)$.
La droite parallèle à la droite (AB) passant par le point C a pour représentation paramétrique :

a) $\left\{\begin{array}{l} x = -2t - 1 \\ y = 3t \\ z = t + 4 \end{array}\right., t \in \mathbb{R}$ **b)** $\left\{\begin{array}{l} x = -1 \\ y = 7t \\ z = 7t + 4 \end{array}\right., t \in \mathbb{R}$ **c)** $\left\{\begin{array}{l} x = -1 - 2t \\ y = 5 + 3t \\ z = 4 + t \end{array}\right., t \in \mathbb{R}$ **d)** $\left\{\begin{array}{l} x = 2t \\ y = -3t \\ z = -t \end{array}\right., t \in \mathbb{R}$

4) Dans un repère orthonormé de l'espace, on considère le plan $\mathscr{P}$ passant par le point $D(-1, 2, 3)$ et de vecteur normal $\overrightarrow{n}(3, -5, 1)$, et la droite Δ de représentation paramétrique $\left\{\begin{array}{l} x = t - 7 \\ y = t + 3 \\ z = 2t + 5 \end{array}\right., t \in \mathbb{R}$.

a) La droite Δ est perpendiculaire au plan $\mathscr{P}$.
b) La droite Δ est parallèle au plan $\mathscr{P}$ et n'a pas de point commun avec le plan $\mathscr{P}$.
c) La droite Δ et le plan $\mathscr{P}$ sont sécants.
d) La droite Δ est incluse dans le plan $\mathscr{P}$.

Polynésie 2013. Enseignement spécifique

EXERCICE 2 : corrigé

1) réponse d)

2) réponse c)

3) réponse a)

4) réponse b)

Explication 1.

$$i\frac{z_1}{z_2} = i\frac{\sqrt{6}e^{i\frac{\pi}{4}}}{\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{3}}} = e^{i\frac{\pi}{2}} \times \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{2}}e^{i\left(\frac{\pi}{4}-\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)} = \sqrt{3}e^{i\left(\frac{\pi}{2}+\frac{7\pi}{12}\right)} = \sqrt{3}e^{i\frac{13\pi}{12}}.$$

La bonne réponse est la réponse d).

Explication 2. Soit z un nombre complexe. On sait que $-z = \overline{z}$ si et seulement si z est imaginaire pur. L'ensemble des points du plan dont l'affixe est un nombre imaginaire pur est la droite (Oy). La bonne réponse est la réponse c).

Explication 3. Notons Δ la droite parallèle à la droite (AB) passant par le point C. Δ est la droite de vecteur directeur le vecteur $\overrightarrow{AB}$ de coordonnées $(-2, 3, 1)$ et passant par le point C de coordonnées $(-1, 0, 4)$.

Une représentation paramétrique de Δ est $\left\{\begin{array}{l} x = -2t-1 \\ y = 3t \\ z = t+4 \end{array}\right.$, $t \in \mathbb{R}$. La bonne réponse est la réponse a).

Explication 4. Une équation cartésienne du plan $\mathscr{P}$ est

$$3(x+1) - 5(y-2) + (z-3) = 0,$$

ou encore $3x - 5y + z + 10 = 0$. Soit $M(t-7, t+3, 2t+5)$, $t \in \mathbb{R}$, un point de Δ.

$$3((t-7)+1) - 5((t+3)-2) + ((2t+5)-3) + 10 = (3-5+2)t + (-18-5+2+10) = -11 \neq 0.$$

Ainsi, aucun point de la droite Δ n'appartient au plan $\mathscr{P}$. La bonne réponse est la réponse b).

