Exercice 1 (*4 points*)

Commun à tous les candidats

Pour chacune des questions de ce QCM, une seule des trois propositions A, B ou C est exacte.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 0,5 point. Une réponse inexacte enlève 0,25 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.
Si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à 0.

Une urne contient 8 boules indiscernables au toucher, 5 sont rouges et 3 sont noires.

1) On tire au hasard simultanément 3 boules de l'urne.
   a) La probabilité de tirer 3 boules noires est :
      A. $\frac{1}{56}$ B. $\frac{1}{120}$ C. $\frac{1}{3!}$.
   b) La probabilité de tirer 3 boules de la même couleur est :
      A. $\frac{11}{56}$ B. $\frac{11}{120}$ C. $\frac{16}{24}$.

2) On tire au hasard une boule dans l'urne, on note sa couleur, on la remet dans l'urne ; on procède ainsi à 5 tirages successifs et deux à deux indépendants.
   a) La probabilité d'obtenir 5 fois une boule noire est :
      A. $\left(\frac{3}{8}\right)^3 \times \left(\frac{5}{8}\right)^3$ B. $\left(\frac{3}{8}\right)^5$ C. $\left(\frac{1}{5}\right)^5$.
   b) La probabilité d'obtenir 2 boules noires et 3 boules rouges est :
      A. $\left(\frac{5}{8}\right)^3 \times \left(\frac{3}{8}\right)^2$ B. $2\times\frac{5}{8}+3\times\frac{3}{8}$ C. $10\times\left(\frac{5}{8}\right)^3 \times \left(\frac{3}{8}\right)^2$.

3) On tire successivement et sans remise deux boules dans cette urne. On note :
   R_1 l'événement : « La première boule tirée est rouge » ;
   N_1 l'événement : « La première boule tirée est noire » ;
   R_2 l'événement : « La deuxième boule tirée est rouge » ;
   N_2 l'événement : « La deuxième boule tirée est noire ».

   a) La probabilité conditionnelle $P_{R_1}(R_2)$ est :
      A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{4}{7}$ C. $\frac{5}{14}$.
   b) La probabilité de l'événement $R_1 \cap N_2$ est :
      A. $\frac{16}{49}$ B. $\frac{15}{64}$ C. $\frac{15}{56}$.
   c) La probabilité de tirer une boule rouge au deuxième tirage est :
      A. $\frac{5}{8}$ B. $\frac{5}{7}$ C. $\frac{3}{28}$.
   d) La probabilité de tirer une boule rouge au premier tirage sachant qu'on a obtenu une boule noire au second tirage est :
      A. $\frac{15}{56}$ B $\frac{3}{8}$ C. $\frac{5}{7}$.

BACCALAUREAT GENERAL

Session 2007
MATHEMATIQUES
- Série S -
Enseignement Obligatoire
Alger

EXERCICE 1

1) a) **Réponse A**

1) b) **Réponse A**

2) a) **Réponse B**

2) b) **Réponse C**

3) a) **Réponse B**

3) b) **Réponse C**

3) c) **Réponse A**

3) d) **Réponse C**

Explications.

1) a) Le nombre de tirages simultanés de 3 boules parmi 8 est $\binom{8}{3}$ où

$$\binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2} = 56.$$

Parmi ces 56 tirages équiprobables, il y a $\binom{3}{3} = 1$ tirage où les trois boules sont noires. La probabilité demandée est donc $\frac{1}{56}$.

b) On sait déjà qu'il y a 1 tirage où les trois boules sont noires. D'autre part, il y a $\binom{5}{3}$ tirages où les trois boules sont rouges avec

$$\binom{5}{3} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2} = 10.$$

La probabilité demandée est donc $\frac{10+1}{56}$ ou encore $\frac{11}{56}$.

2) Notons X le nombre de boules noires obtenues. La variable aléatoire X est régie par un schéma de Bernoulli. En effet,

- 5 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues : « la boule obtenue est noire » avec une probabilité $p = \frac{3}{8}$ ou « la boule obtenue n'est pas noire » avec une probabilité $1 - p = \frac{5}{8}$.

La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = \frac{3}{8}$.

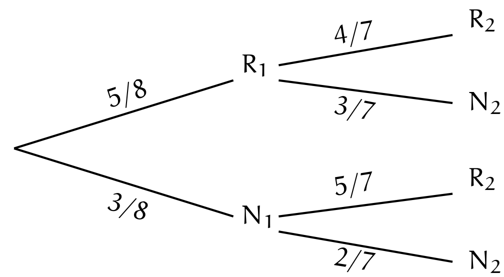
a) La probabilité demandée est $p(X = 5)$ et on a

$$p(X = 5) = \binom{5}{5} \times \left(\frac{3}{8}\right)^5 \times \left(\frac{5}{8}\right)^0 = \left(\frac{3}{8}\right)^5.$$

b) La probabilité demandée est $p(X = 2)$ et on a

$$p(X = 2) = \binom{5}{2} \times \left(\frac{3}{8}\right)^2 \times \left(\frac{5}{8}\right)^3 = 10 \times \left(\frac{3}{8}\right)^2 \times \left(\frac{5}{8}\right)^3.$$

3) Représentons la situation par un arbre. On a directement $p(R_1) = \frac{5}{8}$ et $p(R_2) = \frac{3}{8}$.



a) Ensuite, si on obtient une boule rouge au premier tirage, il reste 7 boules dans l'urne, 4 d'entre elles étant rouges et 3 d'entre elles étant noires. Donc

$$P_{R_1}(R_2) = \frac{4}{7}.$$

b) $p(R_1 \cap N_2) = p(R_1) \times p_{R_1}(N_2) = \frac{5}{8} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{56}$.

c) D'après la formule des probabilités totales,

$$p(R_2) = p(R_1 \cap R_2) + p(N_1 \cap R_2) = p(R_1) \times p_{R_1}(R_2) + p(N_1) \times p_{N_1}(R_2) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{35}{56} = \frac{5}{8}.$$

d)

$$p_{N_2}(R_1) = \frac{p(R_1 \cap N_2)}{p(N_2)} = \frac{p(R_1) \times p_{R_1}(N_2)}{1 - p(R_2)} = \frac{\frac{5}{8} \times \frac{3}{7}}{\frac{3}{8}} = \frac{5}{7}.$$

