BACCALAUREAT GENERAL

Session 2007

MATHEMATIQUES

- Série S -

Enseignement Obligatoire

Alger

EXERCICE 1

1) a) **Réponse A**

1) b) **Réponse A**

2) a) **Réponse B**

2) b) **Réponse C**

3) a) **Réponse B**

3) b) **Réponse C**

3) c) **Réponse A**

3) d) **Réponse C**

Explications.

1) a) Le nombre de tirages simultanés de 3 boules parmi 8 est $\binom{8}{3}$ où

$$\binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3 \times 2} = 56.$$

Parmi ces 56 tirages équiprobables, il y a $\binom{3}{3} = 1$ tirage où les trois boules sont noires. La probabilité demandée est donc $\frac{1}{56}$.

b) On sait déjà qu'il y a 1 tirage où les trois boules sont noires. D'autre part, il y a $\binom{5}{3}$ tirages où les trois boules sont rouges avec

$$\binom{5}{3} = \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2} = 10.$$

La probabilité demandée est donc $\frac{10+1}{56}$ ou encore $\frac{11}{56}$.

2) Notons X le nombre de boules noires obtenues. La variable aléatoire X est régie par un schéma de Bernoulli. En effet,

- 5 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues : « la boule obtenue est noire » avec une probabilité $p = \frac{3}{8}$ ou « la boule obtenue n'est pas noire » avec une probabilité $1 - p = \frac{5}{8}$.

La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = \dfrac{3}{8}$.

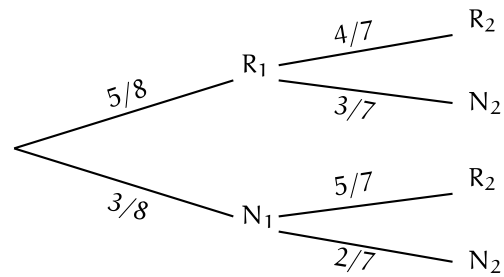
a) La probabilité demandée est $p(X = 5)$ et on a

$$p(X = 5) = \binom{5}{5} \times \left(\frac{3}{8}\right)^5 \times \left(\frac{5}{8}\right)^0 = \left(\frac{3}{8}\right)^5.$$

b) La probabilité demandée est $p(X = 2)$ et on a

$$p(X = 2) = \binom{5}{2} \times \left(\frac{3}{8}\right)^2 \times \left(\frac{5}{8}\right)^3 = 10 \times \left(\frac{3}{8}\right)^2 \times \left(\frac{5}{8}\right)^3.$$

3) Représentons la situation par un arbre. On a directement $p(R_1) = \dfrac{5}{8}$ et $p(R_2) = \dfrac{3}{8}$.



a) Ensuite, si on obtient une boule rouge au premier tirage, il reste 7 boules dans l'urne, 4 d'entre elles étant rouges et 3 d'entre elles étant noires. Donc

$$P_{R_1}(R_2) = \frac{4}{7}.$$

b) $p(R_1 \cap N_2) = p(R_1) \times p_{R_1}(N_2) = \dfrac{5}{8} \times \dfrac{3}{7} = \dfrac{15}{56}$.

c) D'après la formule des probabilités totales,

$$p(R_2) = p(R_1 \cap R_2) + p(N_1 \cap R_2) = p(R_1) \times p_{R_1}(R_2) + p(N_1) \times p_{N_1}(R_2) = \frac{5}{8} \times \frac{4}{7} + \frac{3}{8} \times \frac{5}{7} = \frac{35}{56} = \frac{5}{8}.$$

d)

$$p_{N_2}(R_1) = \frac{p(R_1 \cap N_2)}{p(N_2)} = \frac{p(R_1) \times p_{R_1}(N_2)}{1 - p(R_2)} = \frac{\dfrac{5}{8} \times \dfrac{3}{7}}{\dfrac{3}{8}} = \frac{5}{7}.$$

