EXERCICE 1 (3 points)

Pour chacune des trois questions, une seule des quatre propositions est exacte.
Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie, sans justification.
Il sera attribué un point si la réponse est exacte, zéro sinon.

1. On désigne par A et B deux événements indépendants d'un univers muni d'une loi de probabilité p.
   On sait que $p(\mathrm{A} \cup \mathrm{B}) = \frac{4}{5}$ et $p(\overline{\mathrm{A}}) = \frac{3}{5}$.
   La probabilité de l'événement B est égale à :

   a. $\frac{2}{5}$ b. $\frac{2}{3}$ c. $\frac{3}{5}$ d. $\frac{1}{2}$

2. On note X une variable aléatoire continue qui suit une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 0{,}04$.
   On rappelle que pour tout réel t positif, la probabilité de l'événement $(X \leqslant t)$, notée $p\ (X \leqslant t)$, est donnée par : $p\ (X \leqslant t) = \int_0^t \lambda \mathrm{e}^{-\lambda x} \mathrm{d}x$.
   La valeur approchée de $p(X > 5)$ à 10^{-2} près par excès est égale à :

   a. 0,91 b. 0,18 c. 0,19 d. 0,82

3. Dans ma rue, il pleut un soir sur quatre.
   S'il pleut, je sors mon chien avec une probabilité égale à $\frac{1}{10}$; s'il ne pleut pas, je sors mon chien avec une probabilité égale à $\frac{9}{10}$.
   Je sors mon chien ; la probabilité qu'il ne pleuve pas est égale à :

   a. $\frac{9}{10}$ b. $\frac{27}{40}$ c. $\frac{3}{4}$ d. $\frac{27}{28}$

BACCALAUREAT GENERAL

Session de juin 2009

MATHEMATIQUES

- Série S -

Enseignement Obligatoire

Liban

EXERCICE 1

1) b)

2) d)

3) d)

Explications.

1) $p(A) = \dfrac{3}{5}$ et donc $p(\overline{A}) = 1 - \dfrac{3}{5} = \dfrac{2}{5}$.

$$\begin{aligned} p(A \cup B) &= p(A) + p(B) - P(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A) \times p(B) \text{ (car A et B sont indépendants)} \\ &= p(A) + (1 - p(A))p(B). \end{aligned}$$

Par suite,

$$p(B) = \frac{p(A \cup B) - p(A)}{1 - p(A)} = \frac{\dfrac{4}{5} - \dfrac{2}{5}}{\dfrac{3}{5}} = \frac{2/5}{3/5} = \frac{2}{3}.$$

La bonne réponse est la réponse b).

2)

$$\begin{aligned} p\,(X > 5) &= 1 - p\,(X \leqslant 5) = 1 - \int_0^5 \lambda e^{-\lambda x}\,dx = 1 - \left[-e^{-\lambda x}\right]_0^5 = 1 - (-e^{-5\lambda} + e^0) = 1 + e^{-5\lambda} - 1 \\ &= e^{-5 \times 0,04} = e^{-0,2} = 0,818... \\ &= 0,82 \text{ à } 10^{-2} \text{ près par excès.} \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse d).

3) On note P l'événement « ce soir, il pleut » et C l'événement « ce soir, je sors mon chien ».
L'énoncé donne $p(P) = \dfrac{1}{4}$, $p_P(C) = \dfrac{1}{10}$ et $p_{\overline{P}}(C) = \dfrac{9}{10}$. La probabilité demandée est $p_C(\overline{P})$.

$$p_C(\overline{P}) = \frac{p(\overline{P} \cap C)}{p(C)} = \frac{p(\overline{P}) \times p_{\overline{P}}(C)}{p(C)} = \frac{(1 - p(P)) \times p_{\overline{P}}(C)}{p(C)}.$$

Il reste à calculer $p(C)$. D'après la formule des probabilités totales

$$p(C) = p(P \cap C) + p(\overline{P} \cap C) = p(P) \times p_P(C) + p(\overline{P}) \times p_{\overline{P}}(C) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{10} + \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \frac{9}{10} = \frac{1}{40} + \frac{27}{40} = \frac{28}{40}.$$

Donc

$$p_C(\overline{P}) = \frac{\left(1 - \dfrac{1}{4}\right) \times \dfrac{9}{10}}{\dfrac{28}{40}} = \frac{27/40}{28/40} = \frac{27}{28} \text{ et la bonne réponse est la réponse d).}$$