BACCALAUREAT GENERAL

Session de Juin 2010

MATHEMATIQUES

- Série S -

Enseignement Obligatoire

Asie

EXERCICE 1

Question 1.	**Réponse a)**
Question 2.	**Réponse c)**
Question 3.	**Réponse b)**
Question 4.	**Réponse b)**
Question 5.	**Réponse c)**
Question 6.	**Réponse c)**
Question 7.	**Réponse a)**
Question 8.	**Réponse b)**

1. $GB = \sqrt{1^2+1^2+1^2} = \sqrt{3}$ et $BI = \sqrt{1^2+1^2+1^2} = \sqrt{3}$. Donc le triangle GBI est isocèle en B. La bonne réponse est la réponse a). On note que $GI = 2$ de sorte que le triangle GBI n'est pas équilatéral. On note aussi que $GB^2 + BI^2 = 6 \neq BI^2$ et donc le triangle GBI n'est pas rectangle en B.

2. Notons M le barycentre du système $\{(O,2),(A,-1),(C,1)\}$. Alors $2\overrightarrow{MO} - \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{0}$ et donc

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{OK} = \overrightarrow{OJ}.$$

Ainsi, $M = J$ et la bonne réponse est la réponse c).

3. $\overrightarrow{AH}.\overrightarrow{FC} = (0-1)(1-1) + (1-0)(2-2) + (1-0)(0-1) = -1$. La bonne réponse est la réponse b).

4. $\overrightarrow{BC}$ a pour coordonnées $(0,1,0)$ de même que le vecteur $\overrightarrow{HI}$. Par suite, les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{HI}$ sont égaux et donc le quadrilatère $BCIH$ est un parallélogramme. La réponse a) est fausse.
Ensuite, $HI = 1$ et $BH = \sqrt{2}$. Donc le quadrilatère $BCIH$ n'est pas un carré et la réponse c) est fausse. On en déduit que la réponse d) est vraie ce qui est effectivement le cas car $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BH} = 0 \times (-1) + 1 \times 0 + 0 \times 1 = 0$.

5. La droite (KE) est dirigée par le vecteur $\overrightarrow{KE}$ de coordonnées $(1,-1,1)$. Donc seule la représentation paramétrique de la réponse c) est possible. Plus précisément si $t = 0$, on obtient le point de coordonnées $(1,1,1)$ c'est-à-dire le point E et si $t = 1$, on obtient le point de coordonnées $(0,2,0)$ c'est-à-dire le point K. La bonne réponse est donc la réponse c).

6. Les coordonnées du point G ne vérifient ni l'équation de la réponse a) ni l'équation de la réponse b). Donc la bonne réponse est la réponse c).
On note que les coordonnées des points B, G et K vérifient effectivement l'équation $x + y + 2z = 2$ ce qui confirme le résultat.

7. Déterminons une équation cartésienne du plan (ADH). On la cherche sous la forme $ax + by + cz + d = 0$ où a, b et c sont trois réels non tous nuls.
• $ax_A + by_A + cz_A + d = 0 \Rightarrow a + d = 0 \Rightarrow d = -a$. Le plan (ADH) admet donc des équations de la forme $ax + by + cz - a = 0$.
• $ax_D + by_D + cz_D - a = 0 \Rightarrow a + c - a = 0 \Rightarrow c = 0$. Le plan (ADH) admet donc des équations de la forme $ax + by - a = 0$.
• $ax_H + by_H - a = 0 \Rightarrow b - a = 0 \Rightarrow a = b$. Le plan (ADH) admet donc des équations de la forme $a(x + y - 1) = 0$.

En choisissant par exemple $a = 1$, on obtient une équation cartésienne du plan (ADH) à savoir $x + y - 1 = 0$. Par suite,

$$d\,(C, (ADH)) = \frac{|x_C + y_C - 1|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}.$$

La bonne réponse est la réponse a).

8. L'aire du triangle JKB est la moitié de l'aire du carré $BCKJ$ et est donc égale à $\frac{1}{2}$. Puisque la droite (JH) est perpendiculaire au plan (BJK), le volume du tétraèdre $HJBK$ est

$$\frac{1}{3} \times \text{aire de } (BJK) \times HJ = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{6}.$$

La bonne réponse est la réponse b).

