EXERCICE 3

1. réponse b)

2. réponse b)

3. réponse a)

4. réponse a)

Explication 1. On note X le nombre de fois où le tireur atteint la cible en n tentatives. La variable aléatoire X est régie par un schéma de Bernoulli. En effet,
- n expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues : « le tireur atteint la cible » avec une probabilité $p = 0,3$ ou « le tireur n'atteint pas la cible » avec une probabilité $1 - p = 0,7$.

La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres n et $p = 0,3$.

La probabilité demandée est $p(X \geqslant 1)$. Or,

$$p_n = p(X \geqslant 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - \binom{n}{0}(0,3)^0(0,7)^n = 1 - (0,7)^n,$$

puis

$$\begin{aligned}
p_n \geqslant 0,9 &\Leftrightarrow 1 - (0,7)^n \geqslant 0,9 \Leftrightarrow (0,7)^n \leqslant 0,1 \Leftrightarrow \left(\frac{7}{10}\right)^n \leqslant \frac{1}{10} \\
&\Leftrightarrow \left(\frac{10}{7}\right)^n \geqslant 10 \text{ (car la fonction inverse est décroissante sur }]0,+\infty[) \\
&\Leftrightarrow \ln\left(\left(\frac{10}{7}\right)^n\right) \geqslant \ln(10) \text{ (car la fonction } \ln \text{ est croissante sur }]0,+\infty[) \\
&\Leftrightarrow n\ln\left(\frac{10}{7}\right) \geqslant \ln(10) \Leftrightarrow n \geqslant \frac{\ln(10)}{\ln\left(\frac{10}{7}\right)} \text{ (car } \frac{10}{7} > 1 \text{ et donc } \ln\left(\frac{10}{7}\right) > 0) \\
&\Leftrightarrow n \geqslant 6,4\ldots \Leftrightarrow n \geqslant 7 \text{ (car } n \text{ est entier).}
\end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse b).

Explication 2. La probabilité demandée est $p(X \geqslant 10000)$.

$$\begin{aligned}
p(X \geqslant 10000) &= 1 - p(X \leqslant 10000) = 1 - \int_0^{10000} \lambda e^{-\lambda x}\, dx = 1 - \left[-e^{-\lambda x}\right]_0^{10000} = 1 - \left(1 - e^{-0,0002\times 10000}\right) \\
&= e^{-2} = 0,135 \text{ au millième près.}
\end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse b).

Explication 3. On note X le nombre de fois où le joueur perd en 5 lancers. La variable aléatoire X est régie par un schéma de Bernoulli. En effet,
- 5 expériences identiques et indépendantes sont effectuées ;
- chaque expérience a deux issues : « le joueur perd » avec une probabilité $p = \frac{1}{6}$ ou « le joueur gagne » avec une probabilité $1 - p = \frac{5}{6}$.

La variable aléatoire X suit donc une loi binomiale de paramètres $n = 5$ et $p = \frac{1}{6}$.

La probabilité demandée est $p(X = 3)$. Or,

$$p(X = 3) = \binom{5}{3}\left(\frac{1}{6}\right)^3\left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{5\times 4\times 3}{3\times 2} \times \frac{5^2}{6^5} = \frac{10\times 5^2}{6^5} = \frac{5^3}{3\times 6^4} = \frac{125}{3888}.$$

La bonne réponse est la réponse a).

Explication 4. Puisque les événements A et B sont indépendants, $p(A \cap B) = p(A) \times p(B) = 0,3\, p(B)$. Ensuite,

$$p(A) + p(B) - P(A \cap B) = p(A \cup B) \Rightarrow 0,3 + p(B) - 0,3\, p(B) = 0,65 \Rightarrow 0,7\, p(B) = 0,35 \Rightarrow p(B) = \frac{0,35}{0,7} \Rightarrow p(B) = 0,5.$$

La bonne réponse est la réponse a).

