EXERCICE 2

1.	**Réponse 2**
2.	**Réponses 1 et 4**
3.	**Réponse 2**
4.	**Réponse 3**

Explication 1.

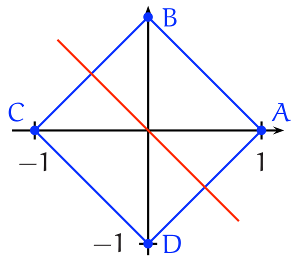
$$z_E = z_A + e^{i\pi/3}(z_D - z_A) = 1 + \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(-i-1) = 1 - \frac{1}{2}i + \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1+\sqrt{3}}{2} - \frac{1+\sqrt{3}}{2}i$$
$$= \frac{1+\sqrt{3}}{2}(1-i).$$

La bonne réponse est la deuxième.

Explication 2. (Erreur d'énoncé car deux des réponses sont exactes).
Soit M un point du plan dont l'affixe est notée z.

$$|z+i| = |z-1| \Leftrightarrow |z - z_D| = |z - z_A| \Leftrightarrow MD = MA \Leftrightarrow M \in \text{med}[AD].$$

Donc l'ensemble cherché est la médiatrice du segment $[AD]$. Malheureusement, la médiatrice du segment $[AD]$ est aussi la médiatrice du segment $[BC]$ et donc les réponses 1 et 4 sont exactes (et les réponses 2 et 3 sont fausses).



Explication 3. On note (E) l'ensemble des points M d'affixe z telle que $\dfrac{z+i}{z+1}$ soit un imaginaire pur.
Le point D est élément de (E) car $\dfrac{z_D+i}{z_D+1} = \dfrac{-i+i}{-i+1} = 0$ qui est bien un imaginaire pur. Le point C n'est pas un élément de (E) car $z_C + 1 = 0$ et donc $\dfrac{z_C+i}{z_C+1}$ n'existe pas.

Soit M un point du plan distinct de C et D dont l'affixe est notée z.

$$\begin{aligned}
M \in (E) &\Leftrightarrow \frac{z+i}{z+1} \text{ imaginaire pur} \Leftrightarrow \frac{z-z_D}{z-z_C} \text{ imaginaire pur} \\
&\Leftrightarrow \arg\left(\frac{z-z_D}{z-z_C}\right) = \frac{\pi}{2}\ [\pi] \\
&\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{CM}, \overrightarrow{DM}\right) = \frac{\pi}{2}\ [\pi] \Leftrightarrow \left(\overrightarrow{MC}, \overrightarrow{MD}\right) = \frac{\pi}{2}\ [\pi] \\
&\Leftrightarrow M \text{ appartient au cercle de diamètre } [CD] \text{ privé des points } C \text{ et } D.
\end{aligned}$$

En récupérant le point D, on a montré que (E) est le cercle de diamètre $[CD]$ privé du point C. La bonne réponse est la réponse 2.

Explication 4. On note (E) l'ensemble considéré. Le point B d'affixe i n'appartient pas à (E) car 0 n'a pas d'argument.
Soit M un point du plan d'affixe $z \neq i$.

$$\begin{aligned}
M \in (E) &\Leftrightarrow \text{il existe un entier relatif } k \text{ tel que } \arg(z-i) = -\frac{\pi}{2} + 2k\pi \\
&\Leftrightarrow \left(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{BM}\right) = -\frac{\pi}{2}\ [2\pi] \\
&\Leftrightarrow \text{les vecteurs } \overrightarrow{BM} \text{ et } \overrightarrow{BD} \text{ sont colinéaires et de même sens} \Leftrightarrow M \in]BD).
\end{aligned}$$

Donc (E) est la demi-droite d'origine B passant par D et privée du point B. La bonne réponse est la troisième.