EXERCICE 2

1.a)	**Réponse D**
1.b)	**Réponse B**
1.c)	**Réponse A**
2.a)	**Réponse C**
2.b)	**Réponse A**
2.c)	**Réponse C**

Explication 1.a) On note N (respectivement B) l'événement « l'ordinateur choisi est noir (respectivement blanc) » et M_1 (respectivement M_2) l'événement « l'ordinateur choisi est de la marque M_1 (respectivement M_2) ». La probabilité demandée est $p(M_2 \cap N)$.

L'énoncé donne $p\left(\overline{M_2}\right) = p(M_1) = 0,7$ et donc $p(M_2) = 0,3$. L'énoncé donne aussi $p_{M_2}\left(\overline{N}\right) = p_{M_2}(B) = 0,2$ et donc $p_{M_2}(N) = 0,8$. La probabilité demandée est $p(M_2 \cap N)$ et on a

$$p(M_2 \cap N) = p(M_2) \times p_{M_2}(N) = 0,3 \times 0,8 = 0,24 = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}.$$

.

La bonne réponse est la réponse D.

Explication 1.b) La probabilité demandée est $p(N)$. La formule des probabilités totales permet d'écrire

$$\begin{aligned}p(N) &= p(N \cap M_1) + p(N \cap M_2) = p(M_1) \times p_{M_1}(N) + p(M_2) \times p_{M_2}(N) = 0,7 \times 0,6 + 0,3 \times 0,8 = 0,42 + 0,24 \\ &= 0,66 = \frac{66}{100} = \frac{33}{50}.\end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse B.

Explication 1.c) La probabilité demandée est $p_N(M_2)$.

$$p_N(M_2) = \frac{p(M_2 \cap N)}{p(N)} = \frac{6/25}{33/50} = \frac{12}{33} = \frac{4}{11}.$$

La bonne réponse est la réponse A.

Explication 2.a) Le nombre de tirages simultanés de trois boules parmi les neuf boules de l'urne est

$$\binom{9}{3} = \frac{9 \times 8 \times 7}{3 \times 2} = 84.$$

Les trois boules tirées sont de même couleur si et seulement si les trois boules sont jaunes ou les trois boules sont bleues. Il y a $\binom{4}{3} = 4$ tirages simultanés de trois boules parmi les quatre jaunes et $\binom{3}{3} = 1$ tirage simultané de trois boules parmi les trois bleues. Le nombre de tirages simultanés de trois boules de même couleur est donc $4 + 1 = 5$ puis la probabilité demandée est $\frac{5}{84}$. La bonne réponse est la réponse C.

Explication 2.b) Le nombre de tirages simultanés fournissant trois couleurs différentes est

$$\binom{4}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{3}{1} = 4 \times 2 \times 3 = 24.$$

La probabilité d'obtenir trois boules de couleurs différentes est donc $\frac{24}{84} = \frac{2}{7}$.
La bonne réponse est la réponse A.

Explication 2.c) On note n le nombre de fois que l'on répète l'expérience et X le nombre de fois que l'on obtient 3 boules jaunes. Cette expérience suit un schéma de Bernoulli. En effet, on recommence n fois la même expérience de manière indépendante et à chaque expérience, on a deux éventualités « obtenir trois boules jaunes » avec une probabilité $p = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{4}{84} = \frac{1}{21}$ et « ne pas obtenir trois boules jaunes » avec une probabilité $1 - p = \frac{20}{21}$.

La probabilité d'obtenir au moins une fois trois boules jaunes en n essais est

$$p(X \geqslant 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - \left(\frac{20}{21}\right)^n.$$

Ensuite,

$$\begin{aligned}
p(X \geqslant 1) \geqslant 0,99 &\Leftrightarrow 1 - \left(\frac{20}{21}\right)^n \geqslant 0,99 \Leftrightarrow \left(\frac{20}{21}\right)^n \leqslant 0,01 \Leftrightarrow \left(\frac{21}{20}\right)^n \geqslant 100 \\
&\Leftrightarrow \ln\left(\left(\frac{21}{20}\right)^n\right) \geqslant \ln(100) \Leftrightarrow n\ln\left(\frac{21}{20}\right) \geqslant \ln(100) \Leftrightarrow n \geqslant \frac{\ln(100)}{\ln(21/20)} \\
&\Leftrightarrow n \geqslant 94,3\ldots \Leftrightarrow n \geqslant 95.
\end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse C.