BACCALAUREAT GENERAL

Session de juin 2011
MATHEMATIQUES
- Série S -
Enseignement Obligatoire
Réunion

EXERCICE 1

1. Réponse 2

2. Réponse 4

3. Réponse 3

4. Réponse 1

Explication 1. Soit $M(-8+2t, 7-t, 6+t)$, $t \in \mathbb{R}$, un point de $\mathscr{D}$.

$$2x_M + 3y_M - z_M + 4 = 2(-8+2t) + 3(7-t) - (6+t) + 4 = 3.$$

Donc, pour tout point M de $\mathscr{D}$, $2x_M + 3y_M - z_M + 4 \neq 0$ et le plan $\mathscr{P}$ et la droite $\mathscr{D}$ n'ont aucun point commun. La bonne réponse est la réponse 2.

Explication 2. Le plan $\mathscr{P}$ est un plan de vecteur normal $\overrightarrow{n}(2, 3, -1)$ et le plan $\mathscr{P}'$ est un plan de vecteur normal $\overrightarrow{n}'(1, 4, -3)$. Ces vecteurs ne sont pas colinéaires et donc les plans $\mathscr{P}$ et $\mathscr{P}'$ sont sécants en une droite (D). Un vecteur directeur de (D) doit être orthogonal à $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n}'$.

$$(-1) \times 2 + 1 \times 3 + 2 \times (-1) = -2 + 3 - 2 = -1 \neq 0.$$

Donc le vecteur de coordonnées $(-1, 1, 2)$ n'est pas orthogonal à $\overrightarrow{n}$ et par suite n'est pas un vecteur directeur de (D). La bonne réponse est donc nécessairement la dernière. Vérifions le.

$$(-1) \times 2 + 1 \times 3 + 1 \times (-1) = -2 + 3 - 1 = 0 \text{ et } (-1) \times 1 + 1 \times 4 + 1 \times (-3) = -1 + 4 - 3 = 0.$$

Le vecteur de coordonnées $(-1, 1, 1)$ est effectivement orthogonal à $\overrightarrow{n}$ et $\overrightarrow{n}'$ et donc est effectivement un vecteur directeur de (D). La bonne réponse est la réponse 4.

Explication 3. Soit $M(x, y, z)$ un point de l'espace.

$$\begin{aligned} MA = MB &\Leftrightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = (x+3)^2 + (y-4)^2 + (z-1)^2 \\ &\Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 8z + 1 + 4 + 16 = x^2 + y^2 + z^2 + 6x - 8y - 2z + 9 + 16 + 1 \\ &\Leftrightarrow -8x + 4y + 10z - 5 = 0 \Leftrightarrow -4x + 2y + 5z - \frac{5}{2} = 0. \end{aligned}$$

La bonne réponse est la réponse 3.

Explication 4. Soit $G = \text{bar}\{A(1), B(-3)\}$. Soit M un point de l'espace.

$$\left\|\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB}\right\| = 5 \Leftrightarrow \left\|(1-3)\overrightarrow{MG}\right\| = 5 \Leftrightarrow 2MG = 5 \Leftrightarrow MG = \frac{5}{2}.$$

L'ensemble considéré est donc la sphère de centre G et de rayon $\frac{5}{2}$. De plus,

- $x_G = \dfrac{x_A - 3x_B}{1-3} = \dfrac{1 - 3 \times (-3)}{-2} = -5$,
- $y_G = \dfrac{y_A - 3y_B}{1-3} = \dfrac{2 - 3 \times (4)}{-2} = 5$,
- $z_G = \dfrac{z_A - 3z_B}{1-3} = \dfrac{-4 - 3 \times 1}{-2} = \dfrac{7}{2}$.

Donc les coordonnées du point G sont $\left(-5, 5, \dfrac{7}{2}\right)$. La bonne réponse est la réponse 1.

