EXERCICE 2 (5 points)

Candidats n'ayant pas choisi l'enseignement de spécialité

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Chaque réponse exacte rapporte 1 point. Chaque réponse fausse enlève 0,5 point. Une absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.
Aucune justification n'est demandée.

1) Soit z le nombre complexe de module $\sqrt{2}$ et d'argument $\frac{\pi}{3}$. On a alors :

A : $z^{14} = -128\sqrt{3} - 128\mathrm{i}$.

B : $z^{14} = 64 - 64\mathrm{i}$.

C : $z^{14} = -64 + 64\mathrm{i}\sqrt{3}$.

D : $z^{14} = -128 + 128\mathrm{i}\sqrt{3}$.

2) On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal, le point S d'affixe 3 et le point T d'affixe 4i. Soit (E) l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z-3| = |3-4\mathrm{i}|$.

A : (E) est la médiatrice du segment [ST].

B : (E) est la droite (ST).

C : (E) est le cercle de centre Ω, d'affixe $3-4\mathrm{i}$, et de rayon 3.

D : (E) est le cercle de centre S et de rayon 5.

3) On considère un hexagone régulier ABCDEF, dont les côtés sont de longueur 1. Le produit scalaire $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CF}$ est égal à :

A : $\sqrt{3}$. **B :** -3. **C** : $-\sqrt{3}$. **D** : $\frac{3}{2}$.

4) Une fonction g est définie sur l'intervalle $]-\infty\,;\,0]$ par $g(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-2x}}{x-3}$; soit Γ sa courbe représentative dans un repère du plan.

A : Γ admet une asymptote d'équation $y = -1$.

B : Γ n'admet pas d'asymptote.

C : Γ admet une asymptote d'équation $y = x$.

D : Γ admet une asymptote d'équation $y = 1$.

5) Soit la fonction f définie sur **R** par $f(x) = \int_0^x \mathrm{e}^{-t^2}\,\mathrm{d}t$. La fonction f'', dérivée seconde de la fonction f sur **R**, est définie par :

A : $f''(x) = \int_0^x -2t\,\mathrm{e}^{-t^2}\,\mathrm{d}t$.

B : $f''(x) = \int_0^1 -2x\,\mathrm{e}^{-x^2}\,\mathrm{d}x$.

C : $f''(x) = -2x\,\mathrm{e}^{-x^2}$.

D : $f''(x) = \mathrm{e}^{-x^2}$.

EXERCICE 2
Candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

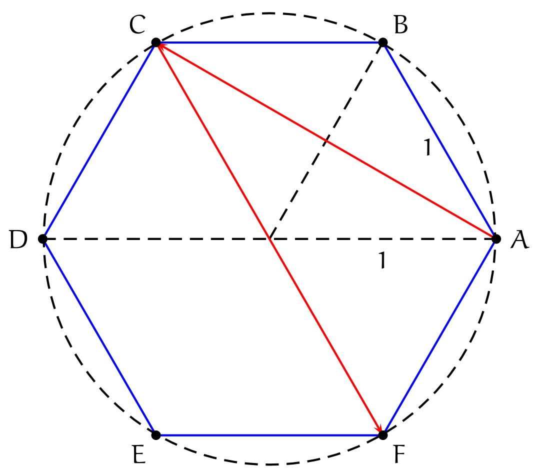
1)	**C**
2)	**D**
3)	**B**
4)	**A**
5)	**D**

Explications.

1) Puisque $\dfrac{14\pi}{3} = \dfrac{2\pi}{3} + \dfrac{12\pi}{3} = \dfrac{2\pi}{3} + 2 \times 2\pi$,

$$z^{14} = \left(\sqrt{2}\right)^{14} e^{14i\pi/3} = 2^7 e^{2i\pi/3} = 128\left(-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -64 + 64i\sqrt{3}.$$

2) $|3-4i| = \sqrt{3^2+(-4)^2} = 5$ et $|z-3| = |3-4i| \Leftrightarrow SM = 5$. (E) est le cercle de centre S et de rayon 5.
3)



$[CF]$ est un diamètre du cercle circonscrit à $ABCDEF$. Donc $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AF} = 0$ puis

$$\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CF} = \overrightarrow{AC}.(\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AF}) = \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AF} = -AC^2.$$

$[AD]$ est un autre diamètre du cercle circonscrit à $ABCDEF$. Donc le triangle ACD est rectangle en C et $AC^2 = AD^2 - DC^2 = 2^2 - 1^2 = 3$. Finalement $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{CF} = -AC^2 = -3$.
4) Pour tout réel x strictement négatif, on a

$$g(x) = \frac{\sqrt{x^2-x}}{x-3} = \frac{\sqrt{x^2}}{x} \times \frac{\sqrt{1-\frac{2x}{x^2}}}{1-\frac{3}{x}} = \frac{-x}{x} \times \frac{\sqrt{1-\frac{2}{x}}}{1-\frac{3}{x}} = -\frac{\sqrt{1-\frac{2}{x}}}{1-\frac{3}{x}},$$

et donc $\displaystyle\lim_{x\to-\infty} g(x) = -1$.
5) La fonction $g\ :\ t \mapsto e^{-t^2}$ est continue sur $\mathbb{R}$. Donc la fonction $f\ :\ x \mapsto \displaystyle\int_0^x g(t)\ dt$ est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x, $f'(x) = g(x) = e^{-x^2}$. Puis, pour tout réel x, $g'(x) = -2xe^{-x^2}$.

