Brevet - Session 2004

Corrigé

ACTIVITES NUMERIQUES (12 points)

Exercice 1 : (4 points)

1.

$$\begin{aligned} A &= \frac{3}{7} - \frac{15}{7} \div \frac{5}{24} = \frac{3}{7} - \frac{15}{7} \times \frac{24}{5} = \frac{3}{7} - \frac{3 \times 5 \times 24}{7 \times 5} = \frac{3}{7} - \frac{3 \times 24}{7} \\ &= \frac{3}{7} - \frac{72}{7} = \frac{3-72}{7} = -\frac{69}{7}. \end{aligned}$$

Comme le PGCD de 7 et 69 est 1, la fraction $\frac{69}{7}$ est bien irréductible.

$$\boxed{A = -\frac{69}{7}.}$$

2. a)

$$\begin{aligned} B &= \sqrt{300} - 4\sqrt{27} + 6\sqrt{3} \\ &= \sqrt{3 \times 10^2} - 4\sqrt{3 \times 3^2} + 6\sqrt{3} \\ &= 10\sqrt{3} - 4 \times 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} \\ &= 4\sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$\boxed{B = 4\sqrt{3}.}$$

b)

$$\begin{aligned} C &= (5+\sqrt{3})^2 = 5^2 + 2 \times 5\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 25 + 10\sqrt{3} + 3 \\ &= 28 + 10\sqrt{3}. \end{aligned}$$

$$\boxed{C = 28 + 10\sqrt{3}.}$$

c)

$$D = (2+\sqrt{5})(2-\sqrt{5}) = 2^2 - (\sqrt{5})^2 = 4 - 5 = -1.$$

$$\boxed{D = -1 \text{ et donc } D \text{ est un entier.}}$$

Exercice 2 : (4 points)

1.

$$E = (2x-3)(x+2) - 5(2x-3) = 2x \times x + 2x \times 2 - 3 \times x - 3 \times 2 - 5 \times 2x + 5 \times 3 = 2x^2 + 4x - 3x - 6 - 10x + 15$$
$$= 2x^2 + 4x - 3x - 10x - 6 + 15 = 2x^2 - 9x + 9.$$

$$\boxed{E = 2x^2 - 9x + 9.}$$

2.

$$E = (2x-3)(x+2) - 5(2x-3) = (2x-3)[(x+2)-5] = (2x-3)(x+2-5) = (2x-3)(x-3).$$

$$\boxed{E = (2x-3)(x-3).}$$

3. Quand $x = -2$, $E = (2 \times (-2) - 3)(-2+2) - 5(2 \times (-2) - 3) = (2 \times (-2) - 3) \times 0 - 5 \times (-7) = 35$.

$$\boxed{\text{Quand } x = -2,\ E = 35.}$$

4. Le produit $(2x-3)(x-3)$ est nul quand $2x - 3 = 0$ ou $x - 3 = 0$ ou encore $x = \dfrac{3}{2}$ ou $x = 3$.

$$\boxed{\text{Les solutions de l'équation } (2x-3)(x-3) = 0 \text{ sont } \dfrac{3}{2} \text{ et } 3.}$$

Exercice 3 : (4 points)

1.

Age	[0 ; 10[	[10 ; 20[	[20 ; 30[	[30 ; 40[	[40 ; 50[	[50 ; 60[	[60 ; 70[	[70 ; 80[	[80 ; 90[
Centre de classe	5	15	25	35	45	55	65	75	85
Effectifs	27	45	48	39	42	36	33	24	6

2. Calculons l'âge moyen a des skieurs fréquentant la station.

$$a = \frac{27 \times 5 + 45 \times 15 + 48 \times 25 + 39 \times 35 + 42 \times 45 + 36 \times 55 + 33 \times 65 + 24 \times 75 + 6 \times 85}{300}$$
$$= \frac{135 + 675 + 1200 + 1365 + 1890 + 1980 + 2145 + 1800 + 510}{300} = \frac{11700}{300} = 39.$$

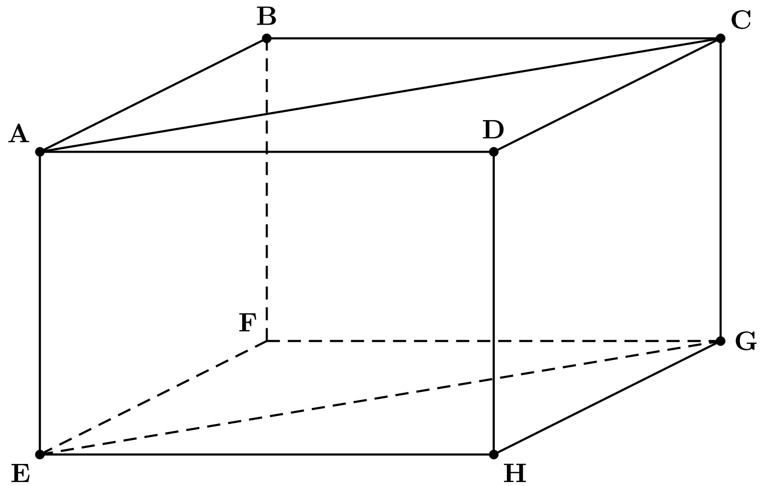
$$\boxed{\text{L'âge moyen des skieurs fréquentant la station est 39 ans.}}$$

3. Le nombre de skieurs ayant un âge strictement inférieur à 20 ans est $27 + 45$ c'est-à-dire 72.
La fréquence des skieurs ayant un âge strictement inférieur à 20 ans est $\dfrac{72}{300} = 0,24$ c'est-à-dire 24%.

$$\boxed{\text{La fréquence, en pourcentage, des skieurs ayant un âge strictement inférieur à 20 ans est 24\%.}}$$

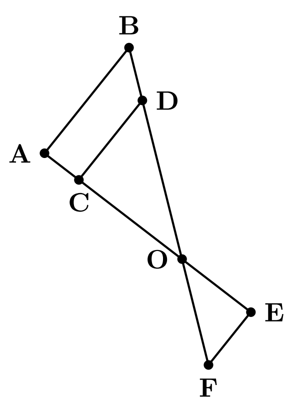
ACTIVITES GEOMETRIQUES (12 points)

Exercice 1 : (4 points)



OBJET	NATURE DE L'OBJET
Triangle ABC	Triangle rectangle en B
Angle $\widehat{ABF}$	Angle droit
Quadrilatère $ABFE$	Rectangle
Angle $\widehat{ACG}$	Angle droit
Quadrilatère $ACGE$	Rectangle

Exercice 2 : (6 points)



1. Le point A est sur le segment $[CE]$ et le point B est sur le segment $[CD]$. De plus,

$$\frac{CA}{CE} = \frac{8}{20} = \frac{4 \times 2}{4 \times 5} = \frac{2}{5},$$

et

$$\frac{CB}{CD} = \frac{6}{15} = \frac{3 \times 2}{3 \times 5}.$$

Donc $\dfrac{CA}{CE} = \dfrac{CB}{CD}$ et d'après la réciproque du théorème de Thales,

les droites (AB) et (DE) sont parallèles.

2. Le plus long des trois côtés du triangle CDE est le côté [DE]. Donc, si le triangle CDE est rectangle, ce ne peut être qu'en C. De plus,

- $CD^2 + CE^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$;
- $DE^2 = 25^2 = 625$.

Donc $DE^2 = CD^2 + CE^2$ et d'après la réciproque du théorème de Pythagore,

$$\boxed{\text{le triangle CDE est rectangle en C.}}$$

3. Le point A est sur le segment [CE], le point B est sur le segment [CD] et la droite (AB) est parallèle à la droite (DE). D'après le théorème de Thales, $\frac{AB}{ED} = \frac{CA}{CE}$ et donc

$$AB = \frac{CA}{CE} \times DE = \frac{2}{5} \times 25 = 10 \text{ cm}.$$

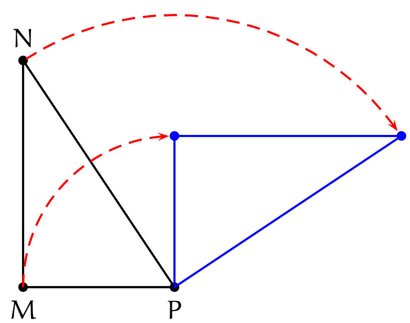
$$\boxed{AB = 10 \text{ cm.}}$$

4. Le triangle CDE est rectangle en C. Donc $\cos \widehat{CDE} = \frac{DC}{DE} = \frac{15}{25} = 0,6$. On en déduit que $\widehat{CDE} = 53,1\ldots°$ et donc

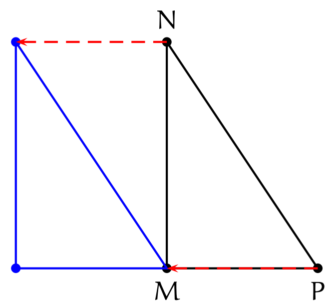
$$\boxed{\widehat{CDE} = 53° \text{ arrondi au degré.}}$$

Exercice 3 : (2 points)

1. Construction de F_1



2. Construction de F_2

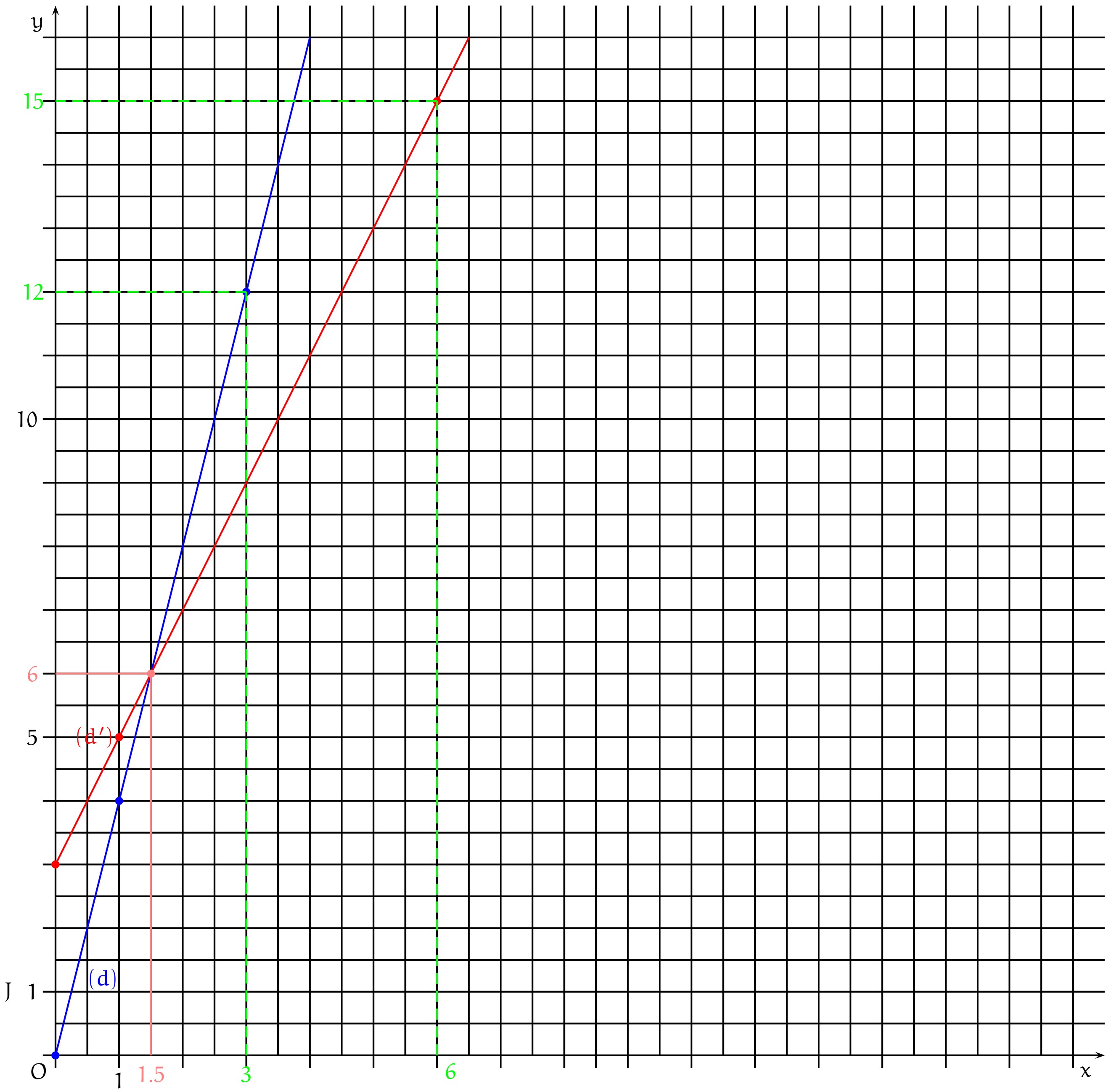


PROBLEME (12 points)

1. L'aire du rectangle ABCD, exprimée en cm^2, est $AB \times AD$ c'est-à-dire $4x$.

2. L'aire du trapèze rectangle EFGH, exprimée en cm^2, est $\dfrac{(HG + EF) \times HE}{2}$ ou encore $\dfrac{(x + 3 + x) \times 2}{2}$ ou enfin $2x + 3$.

3. Les fonctions f et g sont des fonctions affines et donc les représentations graphiques des fonctions f et g sont des droites.
Puisque $f(0) = 0$ et $f(1) = 4$, (d) passe par les points de coordonnées $(0; 0)$ et $(1; 4)$.
Puisque $g(0) = 3$ et $g(1) = 5$, (d) passe par les points de coordonnées $(0; 3)$ et $(1; 5)$.



4. a) $f(3) = 4 \times 3 = 12$. Donc, quand $x = 3$, l'aire du rectangle ABCD est 12 cm^2.

b) Voir graphique.

5. a) Le problème posé équivaut à la résolution de l'équation $2x + 3 = 15$. Résolvons donc cette équation.

$$\begin{aligned}
&2x + 3 = 15\\
&2x = 15 - 3\\
&2x = 12\\
&x = \frac{12}{2}\\
&x = 6
\end{aligned}$$

L'air du quadrilatère $EFGH$ est égale à 15 cm^2 quand $x = 6$.

b) Voir graphique.

6. a) Voir graphique.
b) Résolvons l'équation $4x = 2x + 3$.

$$\begin{aligned}
&4x = 2x + 3\\
&4x - 2x = 3\\
&2x = 3\\
&x = \frac{3}{2}\\
&x = 1,5.
\end{aligned}$$

La solution de l'équation $4x = 2x + 3$ est $1,5$.

c) L'aire du rectangle $ABCD$ et l'aire du quadrilatère $EFGH$ sont égales quand $x = 6$.